Seat No.: _____ Enrolment No.______

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Sem-I [Common] examination January 2009

Subject code:310034 **Subject Name: Mathematics - I**

Date: 09 / 01 /2009 **Time: 11:00am-1:30pm**

Instructions: **Total Marks: 70**

1. **Attempt all questions.**
2. **Make suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use graph paper to draw graph**
5. **Use of scientific calculator is prohibited. Simple calculator is allowed.**

Q:1 [a](1) Prove that $\dfrac{1}{1+x^{a-b}+x^{a-c}}+\dfrac{1}{1+x^{b-c}+x^{b-a}}+\dfrac{1}{1+x^{c-a}+x^{c-b}}=1$ **04**

(2) Prove that $\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}-\dfrac{2}{\sqrt{8+\sqrt{60}}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=0$ **03**

[b](1) For an A.P. $T_3=21$ and $T_{21}= 3$. Find T_{24} and S_{24} **04**

(2) Find the sum of first n terms of the series 9+99+999+……… **03**

Q:2 [a](1) Prove that $\log_m(x)+\log_{m^2}(x^2)+\log_{m^3}(x^3)+\log_{m^4}(x^4)=4\log_m(x)$ **04**

(2) Find the 7th term in the Binomial expansion of $\left(\dfrac{4x}{5}-\dfrac{5}{2x}\right)^9$ **03**

[b](1) Find the constant term in the Binomial expansion of $\left(x^2-\dfrac{2}{x^2}\right)^8$ **04**

(2) Solve the given equations using matrix method 5x + 3y = 11 and 3x – 2y = -1 **03**

OR

[b](1) Using binomial theorem prove that $(x+2)^5-(x-2)^5=20x^4+160x^2+64$ **04**

(2) For matrices $A=\begin{bmatrix}3 & 2 & 1\\0 & 1 & 0\\7 & 8 & 9\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}-1 & -2 & 0\\1 & 1 & -1\\2 & 2 & 2\end{bmatrix}$ and $C=\begin{bmatrix}3 & 0 & 5\\6 & 9 & -1\\7 & 8 & -2\end{bmatrix}$ **03**

Find 2A-4B+C

Q:3 [a] For matrices $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 0\\1 & 1 & 0\\-1 & 4 & 0\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\1 & 1 & -1\\2 & 2 & 2\end{bmatrix}$ and $C=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\1 & 1 & -1\\1 & 1 & 1\end{bmatrix}$ **05**

show that AB=AC

[b] If a=(3,-1,-4), b=(-2,4,-3) and c=(-1,2,-1) then find |3a-2b+4c| **04**

[c] A particle moves from the point 3i-2j+k to the point i+3j-4k under the effect of constant forces i-j+k, i+j-3k and 4i+5j-6k. Find the work done. **05**

OR

Q:3	[a]	If $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\end{bmatrix}$ prove that $A^2-4A-5I=O$	**05**
	[b]	If x,y and z are mutually perpendicular, then prove that $\lvert x\rvert^2+\lvert y\rvert^2+\lvert z^2\rvert=\lvert x+y+z\rvert^2$	**04**
	[c]	If a=2i-3j+4k and b=i-j+k find unit vector perpendicular to a+b and a-b	**05**
Q:4	[a](1)	Prove that $\cos^6\theta + \sin^6\theta=1-3\sin^2\theta\cos^2\theta$	**03**
	(2)	Prove that $\cot\frac{\pi}{20}\ \cot\frac{3\pi}{20}\ \cot\frac{5\pi}{20}\ \cot\frac{7\pi}{20}\ \cot\frac{9\pi}{20}=1$	**04**
	[b](1)	Prove that $\tan 50^0=\tan 40^0+2\tan 10^0$	**03**
	(2)	Prove that $\dfrac{1+\sin 2\theta-\cos 2\theta}{1+\sin 2\theta+\cos 2\theta}=\tan\theta$	**04**

OR

Q:4	[a](1)	Prove that $\dfrac{1+\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta}{\cot\theta - 1+\operatorname{cosec}\theta}=\operatorname{cosec}\theta-\cot\theta$	**03**
	(2)	Simplify $\dfrac{\sin(\pi-\theta)\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\sec\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)\ \cot\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\tan(2\pi-\theta)}$	**04**
	[b](1)	Prove that $\dfrac{\sin(A-B)}{\cos A\cos B}+\dfrac{\sin(B-C)}{\cos B\cos C}+\dfrac{\sin(C-A)}{\cos C\cos A}=0$	**03**
	(2)	Prove that $4\sin 2A\ \sin(60^0+2A)\ \sin(60^0-2A)=\sin 6A$	**04**
Q:5	[a]	Draw the graph of y=sinx, $0\le x\le\pi$	**04**
	[b](1)	For acute angled ΔABC prove that $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$	**03**
	(2)	In ΔABC a=4,b=5 and c=7. Find R, r and Δ	**03**
	[c]	The angle of depression of the top and the foot of a tower as observed from the peak of a hill 60 meters high are 30^0 and 60^0 respectively. Find the height of the tower.	**04**

OR

Q:5	[a]	Draw the graph of y=cos2x, $0\le x\le\frac{\pi}{2}$	**04**
	[b](1)	For acute angled ΔABC prove that $c=a\cos B+b\cos A$	**03**
	(2)	In ΔABC A=30^0, b=$\sqrt{3}$ and c=2. Find the solution of ΔABC	**03**
	[c]	A person standing on the bank of river observes that the angle subtended by the top of a tree on the opposite bank is 60^0. When he moves 40 meters away from the bank, he finds the angle to be 30^0. Find the breadth of the river.	**04**

Seat No.: _____ Enrolment No.______

ગુજરાત ટેકનોલોજીકલ યુનિવર્સીટી

ડીપ્લોમા. (કોમન) સેમેસ્ટર–૧ પરીક્ષા જાન્યુઆરી – ૨૦૦૯

વિષય કોડ : ૩૧૦૦૩૪ **વિષયનુ નામ:મેથેમેટીકસ – ૧**

તારીખ : ૦૯ / ૦૧ / ૨૦૦૯ **સમય : ૧૧.૦૦ થી ૧૩.૩૦**

કુલ ગુણ: ૭૦

સૂચના:

1. બધાજ પ્રશ્નોના જવાબ આપવા ફરજીયાત છે..
2. જરૂર જણાય ત્યાં યથા યોગ્ય ધારણાઓ બાંધવી.
3. જમણી બાજુ દર્શાવેલ આંકડા પ્રશ્નોના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.
4. પ્રશ્નપત્રની અંગ્રેજી પ્રત આધારભૂત ગણવી.

પ્રશ્ન.૧ (અ)

(૧) સાબિત કરો કે **04**

$$\frac{1}{1+x^{a-b}+x^{a-c}}+\frac{1}{1+x^{b-c}+x^{b-a}}+\frac{1}{1+x^{c-a}+x^{c-b}}=1$$

(૨) સાબિત કરો કે $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}-\frac{2}{\sqrt{8+\sqrt{60}}}-\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=0$ **03**

(બ)

(૧) સમાંતર શ્રેણી માટે. $T_3=21$ અને $T_{21}= 3$.હોય તો T_{24} and S_{24} શોધો **04**

(૨) 9+99+999+.........શ્રેઢી ના પ્રથમ n પદોનો સરવાળો શોધો **03**

પ્રશ્ન.૨ (અ)

(૧) સાબિત કરો કે **04**

$$\log_m(x)+\log_{m^2}(x^2)+\log_{m^3}(x^3)+\log_{m^4}(x^4)=4\log_m(x)$$

(૨) $\left(\frac{4x}{5}-\frac{5}{2x}\right)^9$ ના દ્વિપદી વિસ્તરણનું સાતમું પદ શોધો. **03**

(બ)

(૧) $\left(x^2-\frac{2}{x^2}\right)^8$ ના દ્વિપદી વિસ્તરણનું અચળ પદ શોધો. **04**

(૨). 5x + 3y = 11 and 3x – 2y = -1 નો ઉકેલ શ્રેણીકની રીતે શોધો **03**

અથવા

(બ)

(૧) દ્વિપદી પ્રમેયની મદદથી સાબિત કરો કે $(x+2)^5-(x-2)^5 = 20x^4 + 160x^2 + 64$ **04**

(૨) શ્રેણીક $A=\begin{bmatrix}3&2&1\\0&1&0\\7&8&9\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}-1&-2&0\\1&1&-1\\2&2&2\end{bmatrix}$ અને $C=\begin{bmatrix}3&0&5\\6&9&-1\\7&8&-2\end{bmatrix}$ માટે 2A-4B+C શોધો **03**

પ્રશ્ન.૩

(અ) જો $A=\begin{bmatrix}1&2&0\\1&1&0\\-1&4&0\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}1&2&3\\1&1&-1\\2&2&2\end{bmatrix}$ અને $C=\begin{bmatrix}1&2&3\\1&1&-1\\1&1&1\end{bmatrix}$ માટે AB=AC બતાવો **05**

(બ) જો a=(3,-1,-4), b=(-2,4,-3) અને c=(-1,2,-1) તો |3a-2b+4c શોધો **04**

(ક) અચળ બળો 3i-2j+k અને i+3j-4k ની અસર તળે એક કણ i-j+k, I+j-3k થી 4i+5j-6k સુધી ગતિ કરે તો થયેલ કાર્ય શોધો **05**

અથવા

પ્રશ્ન.૩ (અ) જો $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે A^2-4A-5I=O **05**

(બ) સદિશ x,y,z પરસ્પર લંબ હોય તો સાબિત કરો કે $|x|^2+|y|^2+|z^2|=|x+y+z|^2$ **04**

(ક) જો a=2i-3j+4k અને b=i-j+k તો a+b અને a-b ને લંબ એકમ સદિશ શોધો **05**

પ્રશ્ન–૪ (અ)

(૧) સાબિત કરો કે $\cos^6\theta + \sin^6\theta = 1-3\sin^2\theta\cos^2\theta$ **03**

(૨) સાબિત કરો કે $\cot\frac{\pi}{20}\ \cot\frac{3\pi}{20}\ \cot\frac{5\pi}{20}\ \cot\frac{7\pi}{20}\ \cot\frac{9\pi}{20}=1$ **04**

(બ)

(૧) સાબિત કરો કે $\tan 50^0 = \tan 40^0 + 2\tan 10^0$ **03**

(૨) સાબિત કરો કે $\frac{1+\sin 2\theta-\cos 2\theta}{1+\sin 2\theta+\cos 2\theta}=\tan\theta$ **04**

અથવા

પ્રશ્ન–૪ (અ)

(૧) સાબિત કરો કે $\frac{1+\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta}{\cot\theta - 1+\operatorname{cosec}\theta}=\operatorname{cosec}\theta-\cot\theta$ **03**

(૨) સાદુરૂપ આપો $\frac{\sin(\pi-\theta)\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\sec\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)\ \cot\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\tan(2\pi-\theta)}$ **04**

(બ)

(૧) સાબિત કરો કે $\frac{\sin(A-B)}{\cos A\cos B}+\frac{\sin(B-C)}{\cos B\cos C}+\frac{\sin(C-A)}{\cos C\cos A}=0$ **03**

(૨) સાબિત કરો કે $4\sin 2A\ \sin(60^0+2A)\ \sin(60^0-2A)=\sin 6A$ **04**

પ્રશ્ન–૫ (અ) $y=\sin x,\ 0\le x\le\pi$ નો આલેખ દોરો **04**

(બ)

(૧) લઘુકોણ ΔABC માટે સાબિત કરો કે $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ **04**

(૨) ΔABC માટે a=4,b=5 અને c=7 હોય તો R, r અને Δ શોધો **03**

(ક) એક ટેકરીની ટોચ પરથી એક ટાવરની ટોચ અને તળીયાનો અવરોધ અનુક્રમે 30^0 અને 60^0 છે. ટેકરીની ઉંચાઈ મીટર 60 મીટર હોય તો ટાવરની ઉંચાઈ શોધો **04**

અથવા

પ્રશ્ન–૫ (અ) $y=\cos 2x,\ 0\le x\le\frac{\pi}{2}$ નો આલેખ દોરો **04**

(બ)

(૧) લઘુકોણ ΔABC માટે સાબિત કરો કે $c=a\cos B+b\cos A$ **03**

(૨) ΔABC માટે $A=30^0$, $b=\sqrt{3}$ અને c=2 તો ΔABC નો ઉકેલ શોધો **03**

(ક) નદી કિનારે ઉભેલા એક વ્યકિતને સામે કિનારે રહેલા ઝાડની ટોચનો ઉત્સેધ 60^0 માલુમ પડે છે. તે કિનારાથી 40 મીટર દૂર જાય છે ત્યારે આ ઝાડની ટોચનો ઉત્સેધકાંણ 30^0 માલુમ પડે છે તો નદીની પહોળાઈ શોધો **04**