Seat No.: _____ Enrolment No._____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Sem-I Remedial examination March 2009

Subject code:310034

Subject Name: Mathematics-I

Date: 30/03 /2009 **Time: 10:30am.To-13:00pm**

Total Marks: 70

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**

Que. 1 (A) Fill in The blanks **[05]**

(1) $\sqrt{12}+\sqrt[4]{144}-4\sqrt{3}$ = _____ (2) $Log32 \div Log16$ = _____ _

(3) In A.P. , a = 3 , l = 58, n = 20 then S_n = _____

(4) If ${}^nC_5={}^nC_4$ then ${}^nC_9$ = _____

(5) If 2i + 5k-3j and xi -6j -8k are perpendicular vectors to each other then x =_____

(B) Do as directed **[05]**

(1) Evaluate Cos [2 tan $^{-1}\frac{1}{2}$] (2) Find the Maximum value of $\sqrt{3}\cos\theta$ - $\sin\theta$

(3) Evaluate Cosec (-660 ^{0}) (4) Find the principal period of tan (3-5x)

(5) If SinA= 0.5 then find the value of Cos3A

(C) Do as directed **[04]**

(1) If A = $\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{bmatrix}$ and B = $\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ then find AB and BA

(2) If P and A are the perimeter and area of a circle of radious r respectively then prove that $2r^2 - Pr + 2A = 0$

Que. 2 (A) Do as directed **[04]**

(1) Find the value of infinite factor $x^{1/2} . x^{1/4} . x^{1/8}$ ……..

(2) If A = i + 3k+2j , B = 2j – i + k and C = 10i + 3j then find a scalar t such that A + tB and C are perpendicular to each other.

(B) Without using Trigonometric tables find the value of Sin 18° **[03]**

(C) Attempt any TWO **[07]**

(1) Simplify : $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \frac{5\sqrt{5}}{4\sqrt{3}+2\sqrt{7}}$

(2) Solve : $(x\sqrt{x})^x = (x)^{x\sqrt{x}}$ $(x \neq 0)$

(3) Solve : $\log_2(\log_3(\log_2 x)) = 1$

Que. 3 (A) Attempt any TWO **[04]**

(1) The Arithmetic Mean of two numbers is 24 . If 10 is added to each numbers then find the Arithmetic Mean of new numbers.

(2) The sum of the first 8 terms of a Geometric progression is equal to 82 times that of the first four terms .Find the common ratios .

(3) Find the sum of first n terms of series : 5 + 12 + 31 + 86 + 249 + -------

(B) Prove that the middle term in the expansion of $(1 + x)^{2n}$ is **[04]**

$\frac{1.3.5....(2n-1)}{1.2.3.....n} 2^n x^n$

(C) Attempt any TWO **[06]**

(1) If $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & -4 \\ 5 & 1 & 9 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 17 & -1 & 3 \\ -24 & -1 & -16 \\ -7 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ and $4A + 3C = B$

Then find matrix C

(2) Solve by using matrix method : $2x + 3y = 1$; $y - 4x = 2$

(3) If $A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ and $A - B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ then find $(AB)^{-1}$

Que. 4 (A) Attempt any TWO **[06]**

(1) Prove that the angle between two vectors $3i + j + 2k$ and $2i - 2j + 4k$ is $\text{Sin}^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)$

(2) If $x = i + j + k$ and $y = 2i - j - k$ then prove that x is perpendicular to y . Also find an unit vector perpendicular to both x and y.

(3) Constants forces $2i - k + j$, $i + j + 2k$ and $2j - 3k$ acting on a particle displace it from the point (5 , 3 , 2) to the point (1 , -1 , 2). Find total work done.

(B) Draw the Graph : $Y = \text{Cos } x$, $0 \le x \le \pi$, Scale : X axis 1 cm = 20^0 **[04]**
Y axis 1 cm = 0.5

(C) Attempt any TWO **[04]**

(1) Prove that : $\frac{Sin\theta}{1+Cos\theta} + \frac{1+Cos\theta}{Sin\theta} = 2\,\text{Cosec}\,\theta$

(2) Evaluate : $\frac{Sin(\theta-\frac{\pi}{2})}{Cos(\theta-\pi)} + \frac{\tan(\frac{\pi}{2}-\theta)}{Cot(2\pi+\theta)} + \frac{Co\sec(\frac{3\pi}{2}-\theta)}{Sec(\pi-\theta)}$

(3) Prove that : $\text{Sin}^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{\pi}{2}$

Que. 5 (A) Attempt any TWO **[06]**

(1) If $A + B = \frac{1}{4}\pi$ then prove that (cot A -1) (cot B – 1) = 2

(2) In usual notations , prove that $(b^2-c^2)\cot A + (c^2-a^2)\cot B + (a^2-b^2)\cot C = 0$

(3) In usual notations , if a = 16 , b = 11 , c = 9 , then find R , Δ , r .

(B) Attempt any ONE **[04]**

(1) Solve ΔABC : $A = 30^0$, $B = 90^0$, a= 8 cm

(2) Prove that : $\tan\frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b}\cot\frac{C}{2}$

(C) Do as directed **[04]**

(1) The height of a tower is 100 meter. The angle of depression of two points P and Q on the ground seen from the top of the tower are 45^0 and 75^0 respectively . If the points are on same side of the tower then find the distance PQ . Where $\tan 75^0 = 2 + \sqrt{3}$

(2) Using the binomial theorem, find the approximate value of $\sqrt[3]{126}$

****

સૂચના:

1. તમામ પાંચ પ્રશ્નોના જવાબ આપવા ફરજીયાત છે..
2. જરૂર જણાય ત્યાં યથા યોગ્ય ધારણાઓ બાંધવી.
3. જમણી બાજુ દર્શાવેલ આંકડા પ્રશ્નોના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.
4. પ્રશ્નપત્રની અંગ્રેજી પ્રત આધારભૂત ગણવી.

પ્રશ્ન 1 (અ) ખાલી જગ્યા પૂરો **[05]**

(1) $\sqrt{12}+\sqrt[4]{144}-4\sqrt{3}$ = _____ (2) $Log32 \div Log16$ = _____

(3) જો સ. શ્રે. માં , a = 3 , l = 58, n = 20 તો S_n = _____

(4) જો ${}^nC_5={}^nC_4$ તો ${}^nC_9$ = _____

(5) જો સદિશો 2i + 5k-3j અને xi -6j -8k પરસ્પર લંબ હોય તો x = _____

(બ) માગ્યા પ્રમાણે કરો. **[05]**

(1) કિંમત શોધો Cos [2 tan $^{-1}\frac{1}{2}$] (2) $\sqrt{3}\,\text{Cos}\,\theta$ - Sin θ ની મહત્તમ કિંમત શોધો

(3) કિંમત શોધો Cosec (-660 ^{0}) (4) tan (3-5x) નો મુખ્ય આવર્તમાન શોધો.

(5) જો SinA= 0.5 તો Cos3A ની કિંમત શોધો.

(ક) માગ્યા પ્રમાણે કરો **[04]**

(1) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ તો AB અને BA ની કિંમત શોધો

(2) જો P અને A એ r ત્રિજ્યા વાળા વર્તુળમાં અનુક્રમે પરિમિતિ અને શ્રેત્રફળ હોય તો સાબિત કરો કે $2r^2 - Pr + 2A = 0$

પ્રશ્ન 2 (અ) માગ્યા પ્રમાણે કરો **[04]**

(1) $x^{1/2} . x^{1/4} . x^{1/8}$ …….. અનંત અવયવો ની કિંમત શોધો

(2) જો A = i + 3k+2j , B = 2j – i + k અને C = 10i + 3j તો એવો અદિશ t શોધો કે જેથી A + tB અને C પરસ્પર લંબ થાય.

(બ) લઘુગુણક કોષ્ટક નો ઉપયોગ કર્યા વગર Sin 18° ની કિંમત શોધો **[03]**

(ક) કોઇપણ બે ગણો **[07]**

(1) સાદ્દ રૂપ આપો : $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \frac{5\sqrt{5}}{4\sqrt{3}+2\sqrt{7}}$

(2) ઉકેલો : $(x\sqrt{x})^x = (x)^{x\sqrt{x}}$ ($x \neq 0$)

(3) ઉકેલો : $\log_2(\log_3(\log_2 x)) = 1$

પ્રશ્ન 3 (અ) કોઇપણ બે ગણો **[04]**

(1) બે સંખ્યાઓ નો સમાંતર મધ્યક 24 છે. જો દરેક સંખ્યામાં 10 ઉમેરી એ તો મળતી નવી સંખ્યાઓ નો સમાંતર શોધો.

(2) એક સમગુણોતર શ્રેણી ના પ્રથમ 8 પદો નો સરવાળો તેના પ્રથમ 4 પદો નો સરવાળા કરતા 82 ગણા બરાબર હોય તો સામાન્ય ગુણોતર શોધો .

(3) શ્રેણી ના પ્રથમ n પદો નો સરવાળો શોધો :5 + 12 + 31 + 86 + 249 + ---------

(બ) સાબિત કરો કે $(1 + x)^{2n}$ ના વિસ્તરણ નુ મધ્યમ પદ **[04]**

$\frac{1.3.5....(2n-1)}{1.2.3.....n} 2^n x^n$ છે.

(ક) કોઇપણ બે ગણો **[06]**

(1) જો $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & -4 \\ 5 & 1 & 9 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 17 & -1 & 3 \\ -24 & -1 & -16 \\ -7 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ અને $4A + 3C = B$ હોય તો શ્રેણિક C શોધો.

(2) શ્રેણિક ની મદદથી ઉકેલો : $2x + 3y = 1$; $y - 4x = 2$

(3) જો $A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ અને $A - B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો $(AB)^{-1}$ શોધો.

પ્રશ્ન 4 (અ) કોઇપણ બે ગણો **[06]**

(1) સાબિત કરો કે સદિશો $3i + j + 2k$ અને $2i - 2j + 4k$ વચ્ચેનો ખૂણો $\text{Sin}^{-1}(\frac{2}{\sqrt{7}})$ છે.

(2) જો $x = i + j + k$ અને $y = 2i - j - k$ હોય તો સાબિત કરો કે x અને y પરસ્પર લંબ છે. વળી x અને y બંનેને ને લંબ હોય તેવુ એકમ સદિશ શોધો.

(3) અચળ બળો $2i - k + j$, $i + j + 2k$ અને $2j - 3k$ એક કણ ઉપર લાગતાં તેનુ બિંદુ (5 , 3 , 2) થી બિંદુ (1 , -1 , 2) સુધી સ્થાનાંતર થાય છે. તો આ દરમ્યાન થયેલ કુલ કાર્ય શોધો.

(બ) આલેખ દોરો : $Y = \text{Cos } x$, $0 \le x \le \pi$, Scale : X axis 1 cm = 20^0 **[04]**
Y axis 1 cm = 0.5

(ક) કોઇપણ બે ગણો **[04]**

(1) સાબિત કરો : $\frac{Sin\theta}{1+Cos\theta} + \frac{1+Cos\theta}{Sin\theta} = 2\,\text{Cosec}\,\theta$

(2) કિંમત શોધો : $\frac{Sin(\theta-\frac{\pi}{2})}{Cos(\theta-\pi)} + \frac{\tan(\frac{\pi}{2}-\theta)}{Cot(2\pi+\theta)} + \frac{Co\sec(\frac{3\pi}{2}-\theta)}{Sec(\pi-\theta)}$

(3) સાબિત કરો : $\text{Sin}^{-1}(\frac{3}{5}) + \tan^{-1}(\frac{4}{3}) = \frac{\pi}{2}$

પ્રશ્ન 5 (અ) કોઇપણ બે ગણો **[06]**

1. જો $A + B = \frac{1}{4}\pi$ હોય તો સાબિત કરો $(\cot A - 1)(\cot B - 1) = 2$

2. પ્રચલિત સંકેત માં સાબિત કરો $(b^2-c^2)\cot A + (c^2-a^2)\cot B + (a^2-b^2)\cot C = 0$

3. પ્રચલિત સંકેત માં, જો $a = 16$, $b = 11$, $c = 9$, હોય તો R , Δ , r શોધો.

(બ) કોઇપણ એક ગણો **[04]**

(1) ઉકેલો ΔABC : $A = 30^0$, $B = 90^0$, $a = 8$ cm

(2) સાબિત કરો : $\tan\frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b}\cot\frac{C}{2}$

(ક) માગ્યા પ્રમાણે કરો **[04]**

(1) એક ટાવર ને ઉચાંઇ 100 મીટર છે. ટાવરની ટોચ ઉપરથી જમીન ઉપર ના બે બિંદુ ઓ P અને Q ના અવસેધકોણો અનુક્રમે 45^0 અને 75^0 છે.જો બિંદુ ઓ ટાવર ની એક જ બાજુ એ અંતર PQ શોધો . જ્યાં $\tan 75^0 = 2 + \sqrt{3}$ છે.

(2) દ્વિપદી પ્રમેય નો ઉપયોગ કરીને $\sqrt[3]{126}$ નુ આસન્ન મૂલ્ય શોધો.

****