

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Sem-II Examination July 2010

Subject code: 320001

Subject Name: Maths -II

Date: 05/07/2010

Time: 03:00pm - 05:30pm

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. English version Authentic

Q.1 (a) Do as directed **04**1. If the area of a triangle having vertices at $(3, k)$, $(9, 3)$ and $(5, 2)$ is 7 unit, find k.2. In what ratio the line-segment joining the Points $(3, -1)$ and $(1, 2)$ is divided by the line $x - y - 2 = 0$? **03****(b)** Do as directed **04**1. Find the equation of line passing through $(3, 4)$ and parallel to $3y - 2x = 1$ 2. Find the acute-angle subtended between the lines $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ and $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ **03****Q.2 (a)** Do as directed **04**1. Find the equation of a circle having centre at $(3, 4)$ and passing through origin.2. Find the equation of tangent to the circle $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 21 = 0$ at $(1, -2)$ **03****(b)** Do as directed **03**
1. If $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ then prove that

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

2. Evaluate $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{x^2 + 5x + 6}$ **04****OR****(b)** Do as directed **03**
1. If $f(x) = \frac{ax+b}{bx+a}$ then prove that

$$f(x) \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) = 1$$

2. Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ **04****Q.3 (a)** Do as directed **03**1. Differentiate e^x with respect to x from the first principle of differentiation.2. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \frac{a + b \cos x}{b + a \cos x} + (x^2 + 1) \tan x$ **04****(b)** Do as directed **04**1. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} [a \sin bx - b \cos bx]$ **04**2. Find $\frac{dy}{dx}$ if $x^3 + y^3 = 3axy$ **03****OR**

- Q.3 (a)** Do as directed
1. Differentiate $\sin x$ with respect x from the first principle of differentiation **03**
 2. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \log(x + \sqrt{x^2 + a^2})$ **04**
- (b)** Do as directed
1. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = x^x$ **03**
 2. Find $\frac{dy}{dx}$ if $x = a(t + \cos t), y = a(1 + \sin t)$ **04**
- Q.4 (a)** Do as directed
1. If $y = e^{m \tan^{-1} x}$ then prove that $(1 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + (2x - m) \frac{dy}{dx} = 0$ **04**
 2. Equation of a particle in a straight line is given by $s = t^3 + 3t, t > 0$. Find velocity and acceleration at $t = 3$ sec. **03**
- (b)** Do as directed
1. Evaluate $\int \frac{2 + 3 \sin x}{\cos^2 x} dx$ **04**
 2. Evaluate $\int e^{\sin x} \cos x dx$ **03**
- OR**
- Q.4 (a)** Do as directed
1. If $y = 2e^{3x} + 3e^{-2x}$ then prove that $\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 0$ **04**
 2. Find the maximum value of $x^3 - 3x + 11$ **03**
- (b)** Do as directed
1. Evaluate $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$ **04**
 2. Evaluate $\int \frac{\sin(\log x)}{x} dx$ **03**
- Q.5 (a)** Do as directed
1. Evaluate $\int x \log x dx$ **03**
 2. Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$ **04**
- (b)** Do as directed
- Evaluate $\int_0^1 \frac{x}{x+1} dx$ **03**
2. Find the area of the region bounded by the curve $y = x^2$ and the line $y = x + 2$ **04**
- OR**
- Q.5 (a)** Do as directed
1. Evaluate $\int x e^x dx$ **03**
 2. Prove that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \tan x dx = 0$ **04**
- (b)** Do as directed
1. Evaluate $\int_1^2 \frac{(\log x)^3}{x} dx$ **03**
 2. Using integration find the area of the circle $x^2 + y^2 = a^2$ **04**

પ્રશ્ન.૧

સુચના મુજબ કરો.

- (અ) 1. જો $(3,K), (9,3)$ અને $(5,2)$ શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 7 એકમ હોય તો K શોધો. 04

2. $(3,-1)$ અને $(1,2)$ ને જોડતાં રેખાખંડનું રેખા $x-y-2=0$ કેટલાં ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરેછે? 03

(બ) સુચના મુજબ કરો.

1. $(3,4)$ માંથી પસાર થતી તેમજ $3y-2x=1$ ને સમાત્તર આવેલી રેખાનું સમીકરણ મેળવો. 04

2. $\sqrt{3}x-y+1=0$ અને $x-\sqrt{3}y+2=0$ વચ્ચેનો લઘુકોણ મેળવો. 03

પ્રશ્ન.૨

સુચના મુજબ કરો.

- (અ) 1. $(3,4)$ કેન્દ્રવાળા તેમજ મુળબિંદુમાંથી પસાર થતાંવર્તુળનું સમીકરણ મેળવો. 04

2. વર્તુળ $x^2+y^2-6x+10y+21=0$ પરનાં $(1,-2)$ આગળનાં સ્પર્શકનું સમીકરણ મેળવો. 03

(બ) સુચના મુજબ કરો

1. જો $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ તો સાબિત કરોકે $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ 03

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3+27}{x^2+5x+6}$ મેળવો. 04

અથવા

(બ) સુચના મુજબ કરો

1. જો $f(x) = \frac{ax+b}{bx+a}$ તો સાબિત કરોકે $f(x) \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) = 1$ 03

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$ મેળવો. 04

પ્રશ્ન.૩

સુચના મુજબ કરો

- (અ) 1. e^x નું x ની સાપેક્ષ વિકલન વિકલનનાં પ્રથમ સિધ્ધાંત થી કરો. 03

2. જો $y = \frac{a+b \cos x}{b+a \cos x} + (x^2+1) \tan x$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. 04

(બ) સુચના મુજબ કરો

1. જો $y = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2} [a \sin bx - b \cos bx]$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. 04

2. જો $x^3 + y^3 = 3axy$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. 03

અથવા

પ્રશ્ન.૩

સુચના મુજબ કરો.

- (અ) 1. $\sin x$ નું x ની સાપેક્ષ વિકલન વિકલનનાં પ્રથમ સિધ્ધાંત થી કરો. 03

2. જો $y = \log \left(x + \sqrt{x^2+a^2} \right)$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. 04

(બ) સુચના મુજબ કરો

1. જો $y = x^x$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

03

2. જો $x = a(t + \cos t)$, $y = a(1 + \sin t)$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

04

પ્રશ્ન-૪

સુચના મુજબ કરો

(અ)

1. જો $y = e^{m \tan^{-1} x}$ તો સાબિત કરો કે $(1+x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + (2x-m) \frac{dy}{dx} = 0$

04

2. સીધી રેખા પર ગતિ કરતાં કણની ગતિનું સુત્ર $s = t^3 + 3t$ જ્યાં $t > 0$ છે.
 $t = 3$ સેકન્ડે કણનો વેગ અને પ્રવેગ શોધો.

03

(બ) સુચના મુજબ કરો

1. $\int \frac{2+3 \sin x}{\cos^2 x} dx$ મેળવો.

04

2. $\int e^{\sin x} \cos x dx$ મેળવો.

03

અથવા

પ્રશ્ન-૪

સુચના મુજબ કરો

(અ)

1. જો $y = 2e^{3x} + 3e^{-2x}$ તો સાબિત કરો કે $\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 0$

04

2. $x^3 - 3x + 11$ ની મહત્તમકિંમત મેળવો.

03

(બ) સુચના મુજબ કરો

1. $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$ મેળવો.

04

2. $\int \frac{\sin(\log x)}{x} dx$ મેળવો.

03

પ્રશ્ન-૫

સુચના મુજબ કરો

(અ)

1. $\int x \log x dx$ મેળવો.

03

2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$ મેળવો.

04

(બ) સુચના મુજબ કરો

1. $\int_0^1 \frac{x}{x+1} dx$ મેળવો

03

2. વક્ર $y = x^2$ અને રેખા $y = x + 2$ થી ઘેરાયેલા ક્ષેત્રનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

04

અથવા

પ્રશ્ન-૫

સુચના મુજબ કરો

(અ)

1. $\int x e^x dx$ મેળવો.

03

2. સાબિત કરો કે $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \tan x dx = 0$

04

(બ) સુચના મુજબ કરો

1. $\int_1^2 \frac{(\log x)^3}{x} dx$ મેળવો.

2. સંકલનની મદદથી વર્તુળનું $x^2 + y^2 = a^2$ નું ક્ષેત્રફળ મેળવો.
