

Seat No.: \_\_\_\_\_

Enrolment No. \_\_\_\_\_

## GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering Sem. – II<sup>nd</sup> - Examination – June/July- 2011

Subject code: 320001

Subject Name: Mathematics-II

Date: 21/06/2011

Time: 02:30 pm – 05:00 pm

Total Marks: 70

### Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. English version is Authentic

|            |            |   |           |
|------------|------------|---|-----------|
| <b>Q.1</b> | <b>(a)</b> | Do as directed.   |           |
|            |            | 1. Show that A (-3,-2), B (5, 2) and C (9, 4) are collinear.  | <b>03</b> |
|            |            | 2. Show that the points (12,8), (-2,6) and (6,0) are the vertices of an isosceles right angle triangle. | <b>04</b> |
|            | <b>(b)</b> | Do as directed.   |           |
|            |            | 1. Find the equation of the line passing through (2,3) and (3,-1). Also find the slope of the line.     | <b>03</b> |
|            |            | 2. Find the angle between two straight lines $\sqrt{3}x-y+1=0$ and $x-\sqrt{3}y-1=0$ .                  | <b>04</b> |
| <b>Q.2</b> | <b>(a)</b> | Do as directed.   |           |
|            |            | 1. Find the centre and radius of the circle $x^2+y^2-2x+4y-1=0$ .                                       | <b>03</b> |
|            |            | 2. Obtain the equation of the circle with centre (1,1) and passing through the point (-2,4).            | <b>04</b> |
|            | <b>(b)</b> | Do as directed.   |           |
|            |            | 1. If $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ , then show that $f(x) \cdot f(-x) = 1$ .                                | <b>03</b> |
|            |            | 2. Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6}$                          | <b>04</b> |

**OR**

|            |            |  |           |
|------------|------------|--|-----------|
| <b>Q.3</b> | <b>(a)</b> | Do as directed.  |           |
|            |            | 1. Differentiate $\sqrt{x}$ using definition.                      | <b>03</b> |
|            |            | 2. If $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ then find $\frac{df}{dx}$ . | <b>04</b> |

- (b) Do as directed.
1. If  $x = \cos^4 \theta$ ,  $y = \sin^4 \theta$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . 03
  2. If  $y = \log(x + \sqrt{x^2 + a^2})$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . 04

### OR

- Q.3** (a) Do as directed.
  1. Differentiate  $3^{4x}$  using definition. 03
  2. If  $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ . 04

(b) Do as directed.
 
  1. If  $x^2 + xy + y^2 = 10$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . 03
  2. If  $y = (\sin x)^{\tan x}$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . 04

**Q.4** (a) Do as directed.
 
  1. If  $y = \sin^{-1} x$  then prove that  $(1-x^2)y_2 - xy_1 = 0$ . 03
  2. The motion of a particle is given by the law  $s = 2t^3 - 3t^2 - 12t + 5$ . Find the velocity and acceleration at  $t=2$  sec. 04

(b) Do as directed.
 
  1. Evaluate :  $\int \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x} dx$  03
  2. Evaluate :  $\int \frac{2 + 3 \sin x}{\cos^2 x} dx$  04

### OR

- Q. 4** (a) Do as directed.
  1. If  $y = a \cdot e^{kx} + b \cdot e^{-kx}$ , then prove that  $y_2 - k^2 y = 0$ . 03
  2. Find the maximum and minimum value of  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ . 04

(b) Do as directed.
 
  1. Evaluate :  $\int \sec^2 x \cdot \operatorname{cosec}^2 x dx$  03
  2. Evaluate :  $\int \frac{x^2}{1+x^6} dx$  04

- Q.5** (a) Do as directed.
- Evaluate :  $\int xe^x dx$  03
  - Evaluate :  $\int_0^5 \frac{\sqrt{5-x}}{\sqrt{5-x} + \sqrt{x}} dx$  04
- (b) Do as directed.
- Evaluate :  $\int_1^2 \frac{(\log x)^3}{x} dx$  03
  - Find the area of the region bounded by the curve  $y = x^2$ , x-axis and the lines  $x = 2$  and  $x = 3$ . 04

**OR**

- Q.5** (a) Do as directed.
- Evaluate :  $\int x \sin x dx$  03
  - Evaluate :  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cot x}}{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}} dx$  04
- (b) Do as directed.
- Evaluate :  $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$  03
  - Using integration find the area of the circle  $x^2+y^2=1$  04

- પ્રશ્ન-1** (અ) 1. સાબિત કરો કે બિંદુઓ A (-3,-2), B (5, 2) અને C (9, 4) સમરેખ છે. 03  
 2. સાબિત કરો કે બિંદુઓ (12,8), (-2,6) અને (6,0) સમદ્વિબાજુ કાટકોણ ત્રિકોણ બનાવે છે. 04
- (બ) 1. બિંદુઓ (2,3) અને (3, -1) માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ તથા ફાળ શોધો. 03  
 2. રેખાઓ  $\sqrt{3}x-y+1=0$  અને  $x-\sqrt{3}y-1=0$  વચ્ચેનો ખૂણો શોધો. 04
- પ્રશ્ન-2** (અ) 1. વર્તુળ  $x^2+y^2-2x+4y-1=0$  નું કેન્દ્ર તથા ત્રિજ્યા શોધો. 03  
 2. (1,1) કેન્દ્રવાળું તથા (-2,4) બિંદુમાંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ શોધો. 04
- (બ) 1. જો  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ , તો સાબિત કરો કે  $f(x) \cdot f(-x) = 1$ . 03

2. કિંમત શોધો :  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6}$

અથવા

(અ) 1. જો  $f(x) = \log\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$  તો સાબિત કરો કે  $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x)$ . 03

2. કિંમત શોધો :  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{2a-x} - \sqrt{x}}{a-x}$  04

પ્રશ્ન-3 (અ) 1. વ્યાખ્યાની મદદથી  $\sqrt{x}$  નું વિકલન કરો. 03

2. જો  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ , તો  $\frac{df}{dx}$  શોધો. 04

(અ) 1. જો  $x = a \cos^4 \theta, y = b \sin^4 \theta$  તો  $\frac{dy}{dx}$  શોધો. 03

2. જો  $y = \log(x + \sqrt{x^2 + a^2})$  તો  $\frac{dy}{dx}$  શોધો. 04

અથવા

પ્રશ્ન-3 (અ) 1. વ્યાખ્યાની મદદથી  $3^{4x}$  નું વિકલન કરો. 03

2. જો  $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$ , તો  $\frac{dy}{dx}$  શોધો. 04

(અ) 1. જો  $x^2 + xy + y^2 = 10$  તો  $\frac{dy}{dx}$  શોધો. 03

2. જો  $y = (\sin x)^{\tan x}$  તો  $\frac{dy}{dx}$  શોધો. 04

પ્રશ્ન-4 (અ) 1. જો  $y = \sin^{-1} x$  તો સાબિત કરો કે  $(1-x^2)y_2 - xy_1 = 0$ . 03

2. એક કણની ગતિનું સમીકરણ  $s = 2t^3 - 3t^2 - 12t + 5$  છે. તો  $t=2$  સેકન્ડે તેનો વેગ તથા પ્રવેગ શોધો. 04

(અ) 1. કિંમત શોધો :  $\int \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x} dx$  03

2. કિંમત શોધો :  $\int \frac{2 + 3 \sin x}{\cos^2 x} dx$  04

### અથવા

પ્રશ્ન-૪ (અ) 1. જો  $y = a \cdot e^{kx} + b \cdot e^{-kx}$ , તો સાબિત કરો કે  $y_2 - k^2 y = 0$ . 03

2.  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  ની મહત્તમ તથા ન્યૂનત્તમ કિંમત શોધો. 04

(અ) 1. કિંમત શોધો :  $\int \sec^2 x \cdot \csc^2 x dx$  03

2. કિંમત શોધો :  $\int \frac{x^2}{1+x^6} dx$  04

પ્રશ્ન-૫ (અ) 1. કિંમત શોધો :  $\int x e^x dx$  03

2. કિંમત શોધો :  $\int_0^5 \frac{\sqrt{5-x}}{\sqrt{5-x} + \sqrt{x}} dx$  04

(અ) 1. કિંમત શોધો :  $\int_1^2 \frac{(\log x)^3}{x} dx$  03

2. વક્ત  $y = x^2$ ,  $x$ -અક્ષ તથા રેખાઓ  $x = 2$  અને  $x = 3$  વડે ઘેરાયેલ પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો. 04

### અથવા

પ્રશ્ન-૫ (અ) 1. કિંમત શોધો :  $\int x \sin x dx$  03

2. કિંમત શોધો :  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cot x}}{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}} dx$  04

(અ) 1. કિંમત શોધો :  $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$  03

2. વર્ત્જન  $x^2+y^2=1$  વડે ઘેરાયેલ પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો. 04

\*\*\*\*\*