Seat No.: _____ Enrolment No.______

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Semester –I Regular / Remedial Examination January - 2011

Subject code:310034

Subject Name: Mathematics-I

Date: 20 /01 /2011 **Time: 10.30 am – 01.00 pm**

Total Marks: 70

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **English version is Authentic**

Q.1 (a)

(i) For a = 9 Prove that $a^{\frac{11}{16}}[a\ \{a(a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}\}^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}} = 27$ **04**

(ii) Prove that $\frac{1}{\sqrt{11-2\sqrt{30}}} - \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = 0$ **03**

(b) (i) Prove that $\log_{10} 800 = 2 + 3\log_{10} 2$ **04**

(ii) Solve $\log x + \log(x-5) = \log 6$ **03**

Q.2

(a) (i) The hypotenuse of a right angled triangle is 15 cm. and its sides are in A.P. Find the perimeter of the triangle . **04**

(ii) If for a G.P. $T_8 = 243$ and $T_5 = 9$ then find T_9 **03**

(b)

(i) If ${}^{n}c_4 = {}^{n}c_5$ then find 7th term in the expansion of $\left(\frac{4x}{5} + \frac{5}{2x}\right)^n$ **04**

03

(ii) Find approximate value of $\sqrt[3]{1002}$

OR

(b)

(i) Find middle terms in the expansion of $\left(\frac{x}{2} - \frac{3}{x^2}\right)^7$ **04**

(ii) Simplify **03**

$$(x-1)^5 + 5(x-1)^4 + 10(x-1)^3 + 10(x-1)^2 + 5(x-1) + 1$$

Q.3

(a)

(i) Find inverse of $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ **04**

(ii) Find 2A + 3B where **03**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 6 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \\ 2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

(b) (i) Find the vector of magnitude 5 which is perpendicular to both vectors 2i – j – 2k and 4i – 3j – 5k . **04**

(ii) If a = 5i – 3j + 2k , b = 2i + 3j – k and c = i + 2j + 3k Then find the value of $|2a - 3b + 4c|$ **03**

OR

Q.3 (a) (i) $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ Find AB or BA whichever exit. **04**

(ii) Solve $3x - 2y - 8 = 0$ and $4y + 5x = 6$ using matrix method. **03**

(b) (i) Show that the angle between the vectors $i + j - k$ and $2i - 2j + k$ is $\sin^{-1}\sqrt{\frac{26}{27}}$ **04**

(ii) Forces $3i - j + 2k$ and $3j + i - k$ act on a particle moves from $2i + 3j + k$ to $k + 2j + 5i$ under these forces . Find the work done by the forces . **03**

Q.4

(a) (i) Evaluate $\frac{\sin(\theta - \pi/2)}{\cos(\theta - \pi)} + \frac{\tan(\pi/2 + \theta)}{\cot(\pi + \theta)} + \frac{\operatorname{cosec}(\pi/2 + \theta)}{\sec(\pi + \theta)}$ **04**

(ii) Perimeter of the sector of a circle having radius 5 cm is 16 cm . ind the angle of the sector .. **03**

(b) (i) Prove that $\tan\alpha + \tan\beta = \sec\alpha \sec\beta \sin(\alpha + \beta)$ **04**

(ii) Prove that $\frac{1 - \cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta}$ **03**

OR

Q. 4 (a) (i) Evaluate $\frac{\sin(\theta - 3\pi/2)}{\cos(\theta - 2\pi)} + \frac{\sec(3\pi/2 + \theta)}{\operatorname{cosec}(\pi + \theta)} + \frac{\cot(\pi/2 + \theta)}{\tan(2\pi + \theta)}$ **04**

(ii) Prove that $2\tan^{-1}\frac{2}{3} = \tan^{-1}\frac{12}{5}$ **03**

(b) (i) Prove that $\tan 70^\circ - \tan 50^\circ - \tan 20^\circ = \tan 70^\circ \tan 50^\circ \tan 20^\circ$ **04**

(ii) Prove that $\frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{1 + \sin\theta} = 2\sec\theta$ **03**

Q.5

(a) (i) Draw the graph of $\sin\frac{x}{2}$, $0 \le x \le 2\pi$ **04**

(ii) Prove that $\sin\theta \cot\frac{\theta}{2} - \cos\theta = \sin\theta \tan\frac{\theta}{2} + \cos\theta$ **03**

(b) (i) The angles of depression of top and foot of a tower as observed from the peak of a hill 60 meters high , are 30° and 60° respectively. Find height of the tower. **04**

(ii) In usual notation prove that $\frac{abc}{a + b + c} = 2Rr$ **03**

OR

Q.5 (a) (i) Draw the graph of sinx , $-\pi \le x \le \pi$ And find main period of sin(2x + 3) **04**

(ii) Prove that $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta + \sec\theta + 1} = \tan\frac{\theta}{2}$ **03**

(b) (i) The angle of elevation of the top of the tower from the top and bottom of a building of height 100m are 30° and 45° respectively. Find the height of the tower. **04**

(ii) For ΔABC a = 13 , b = 8 , c = 7 Find the measure of its greatest angle . **03**

****

પ્રશ્ન–૧ અ

(i) જો a = 9 તો સાબિત કરો કે $a^{\frac{11}{16}}[a\ \{a(a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}\}^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}} = 27$ 04

(ii) સાબિત કરો કે $\frac{1}{\sqrt{11-2\sqrt{30}}} - \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = 0$ 03

બ (i) સાબિત કરો કે $\log_{10} 800 = 2 + 3\log_{10} 2$ 04

(ii) ઉકેલો $\log x + \log(x-5) = \log 6$ 03

પ્રશ્ન–૨ અ (i) કાટકોણ ત્રિકોણમાં કર્ણનુ માપ 15 સે.મી. છે અને તેની બાજુઓ સમાંતર શ્રેણીમાં હોય ,તો ત્રિકોણની પરિમિતિ શોધો. 04

(ii) સમગુણોત્તર શ્રેણી માટે $T_8 = 243$ અને $T_5 = 9$ તો T_9 શોધો. 03

બ 04

(i) જો $^{n}c_4 = {}^{n}c_5$ તો $\left(\frac{4x}{5}+\frac{5}{2x}\right)^n$ ના વિસ્તરણમાં સાતમું પદ શોધો.

03

(ii) $\sqrt[3]{1002}$ નું આસન્ન મૂલ્ય શોધો.

અથવા

બ 04

(i) $\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{x^2}\right)^7$ ના વિસ્તરણમાં મધ્યમ પદો શોધો.

(ii) સાદુ રૂપ આપો. 03

$$(x-1)^5 + 5(x-1)^4 + 10(x-1)^3 + 10(x-1)^2 + 5(x-1) + 1$$

પ્રશ્ન–૩

અ 04

(i) શ્રેણિક $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ નો વ્યસ્ત શ્રેણિક શોધો.

(ii) 2A + 3B શોધો. જ્યાં 03

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 6 \end{bmatrix} \text{ અને } B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \\ 2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

બ (i) સદિશો $2i - j - 2k$ અને $4i - 3j - 5k$ બંનેને લંબ હોય તેવો 5 એકમવાળો સદિશ શોધો. 04

(ii) જો $a = 5i - 3j + 2k$, $b = 2i + 3j - k$ અને $c = i + 2j + 3k$ 03

તો $|2a - 3b + 4c|$ ની કિંમત શોધો.

અથવા

પ્રશ્ન–૩

અ 04

(i) $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ AB અથવા BA

માંથી જે શકય હોય તે શોધો.

(ii) $3x - 2y - 8 = 0$ અને $4y + 5x = 6$ નો ઉકેલ શ્રેણિકની મદદથી શોધો. 03

બ (i) સદિશો $i + j - k$ અને $2i - 2j + k$ વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1}\sqrt{\frac{26}{27}}$ છે એમ બતાવો. **04**

(ii) બળો $3i - j + 2k$ અને $3j + i - k$ની અસર હેઠળ એક કણનું સ્થાનાંતર $2i + 3j + k$ થી $k + 2j + 5i$ થાય છે. તો થયેલ કાર્ય શોધો.. **03**

પ્રશ્ન–૪

અ (i) કિંમત શોધો. $\frac{\sin(\theta - \pi/2)}{\cos(\theta - \pi)} + \frac{\tan(\pi/2 + \theta)}{\cot(\pi + \theta)} + \frac{\operatorname{cosec}(\pi/2 + \theta)}{\sec(\pi + \theta)}$ **04**

(ii) 5 સે.મી. ત્રિજ્યા વાળા વર્તુળના વૃત્તાંશની પરિમિતિ 16 સે.મી. હોય તો વૃત્તાંશનો ખૂણો શોધો. **03**

બ (i) સાબિત કરો કે $\tan\alpha + \tan\beta = \sec\alpha \sec\beta \sin(\alpha + \beta)$ **04**

(ii) સાબિત કરો કે $\frac{1 - \cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta}$ **03**

અથવા

પ્રશ્ન–૪

અ (i) કિંમત શોધો $\frac{\sin(\theta - 3\pi/2)}{\cos(\theta - 2\pi)} + \frac{\sec(3\pi/2 + \theta)}{\operatorname{cosec}(\pi + \theta)} + \frac{\cot(\pi/2 + \theta)}{\tan(2\pi + \theta)}$ **04**

(ii) સાબિત કરો કે $2\tan^{-1}\frac{2}{3} = \tan^{-1}\frac{12}{5}$ **03**

બ (i) સાબિત કરો કે $\tan 70^o - \tan 50^o - \tan 20^o = \tan 70^o \tan 50^o \tan 20^o$ **04**

(ii) સાબિત કરો કે $\frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{1 + \sin\theta} = 2\sec\theta$ **03**

પ્રશ્ન–૫

અ (i) $\sin\frac{x}{2}$, $0 \le x \le 2\pi$ નો આલેખ દોરો. **04**

(ii) સાબિત કરો કે $\sin\theta \cot\frac{\theta}{2} - \cos\theta = \sin\theta \tan\frac{\theta}{2} + \cos\theta$ **03**

બ (i) 60મીટર ઊંચી ટેકરીની ટોચ પરથી જોતા એક ટાવરનાં ટોચ અને તળિયાનાં અવસેધકોણ અનુક્રમે 30° અને 60° હોય તો ટાવરની ઊંચાઇ શોધો. **04**

(ii) પ્રચલિત સંકેતો પ્રમાણે સાબિત કરો કે $\frac{abc}{a + b + c} = 2Rr$ **03**

અથવા

પ્રશ્ન–૫ અ (i) $\sin x$, $-\pi \le x \le \pi$ નો આલેખ દોરો. અને $\sin(2x + 3)$નું મુખ્ય આવર્તમાન શોધો. **04**

(ii) સાબિત કરો કે $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta + \sec\theta + 1} = \tan\frac{\theta}{2}$ **03**

બ (i) 100 મીટર ઊંચા મકાનનાં ટોચ અને તળિયાથી ટાવરના ટોચનો ઉત્સેધકોણ અનુક્રમે 30° અને 45° છે. ટાવરની ઊંચાઇ શોધો. **04**

(ii) ΔABC માટે $a = 13$, $b = 8$, $c = 7$ તો સૌથી મોટા ખૂણાનું માપ શોધો. . **03**

****