Seat No.: __________ **Enrolment No.____________**

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering Semester –I/II Examination Jan. 2012

Subject code: 310034 **Date: 16/01/2012**

Subject Name: Mathematics-I

Time: 10.30 am – 01.00 pm **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **English version is considered Authentic.**

Q.1 (a) Fill in the blanks (Not necessary to show the calculation) **10**

(1) log 1 . log 2 . log 3 . log 4 = ---------------.

(2) $2^{-\log_2 3}$ = ----------------.

(3) If for G.P., $T_n = 3^n$ then common ratio r = --------------.

(4) The Geometric Mean of 2 and 18 = ----------------.

(5) The 7th term in expansion of $\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$ = --------------.

(6) If ${}^nC_5 = {}^nc_4$ then n = ---------------.

(7) If A= $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, then A^2 = ------------.

(8) The value of $\begin{vmatrix} \sec\theta & \tan\theta \\ \tan\theta & \sec\theta \end{vmatrix}$ = --------------.

(9) If $\overline{A} = \overline{i} - \overline{j} + \overline{k}$ then $|\overline{A}|$ = --------------.

(10) If $\overline{a} = \overline{i} + \overline{j}$, $\overline{b} = \overline{j} - \overline{k}$ then $\overline{a}.\overline{b}$ = ------------.

(b) (1) If the diameter of circle is 100cm and length of an arc is 25 cm, find the angle subtended by the arc at the centre of the circle. **02**

(2) Prove that, $\cos\frac{\pi}{17} + \cos\frac{5\pi}{17} + \cos\frac{12\pi}{17} + \cos\frac{16\pi}{17} = 0$ **02**

Q(2) (a) Fill in the blanks (Not necessary to show the calculation) **07**

(1) $\cos\frac{\pi}{6}\ \cos\frac{\pi}{4}\ \cos\frac{\pi}{3}\ \cos\frac{\pi}{2}$ = ----------.

(2) $\sin^2 42^\circ + \sin^2 48^\circ$ = ------------.

(3) The period of tan 3x = -------------.

(4) If $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ then $\sin 165^\circ$ = -------------.

(5) If $\tan\theta = \frac{1}{3}$ then $\sin 2\theta$ = -------------.

(6) In usual notations for ΔABC, if a = 1 , b = 3, c = 6 , then s = ------------------

(7) In any ΔABC, by second law of cosine(projection formula),

c = --------------

(b) (1) If $a^x = b^y = c^z$, then prove that $\log_a bc = x\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$, where $x, y, z \neq 0$. **04**

(2) For a Geometrical Progression, $T_5 = 81$ and $T_2 = 3$, find T_3 and S_3. **03**

OR

(b) (1) Solve the equation for x, $\log_2(x+5) + \log_2(x-2) = 3$ **04**

(2) Insert 5 Geometric Means between 320 and 5. **03**

Q.3 (a) (1) Find middle term in the expansion of $\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{y}\right)^8$ **03**

(2) Find the approximate value of $\sqrt{102}$, using binomial theorem. **02**

(3) If $A=\begin{bmatrix}1 & 4\\ 3 & 2\\ 2 & 5\end{bmatrix}$ and $B=\begin{bmatrix}-1 & -2\\ 0 & 5\\ 3 & 1\end{bmatrix}$, Find 3A – 2B. **02**

(b) (1) Draw the graph of $y = \cos\frac{x}{2}$, $0 \le x \le 2\pi$. **04**

(2) Prove that : $\tan 70^\circ - \tan 50^\circ - \tan 20^\circ = \tan 70^\circ \tan 50^\circ \tan 20^\circ$ **03**

OR

Q.3 (a) (1) Find constant term in expansion of $\left(x^2 - \frac{2}{x^2}\right)^8$. **03**

(2) Using binomial theorem expand $(1-x)^{-\frac{1}{2}}$ up to first three terms. **02**

(3) If $A = \begin{bmatrix}5 & -3\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ then find A^{-1}. **02**

(b) (1) Draw the graph of $y = \sin x$, $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$ **04**

(2) Prove that : $\tan 10^\circ + \tan 35^\circ + \tan 10^\circ \tan 35^\circ = 1$ **03**

Q. 4 (a) (1) If $A = \begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & -2 & 1\\ 4 & 2 & 1\end{bmatrix}$ find A^{-1} **03**

(2) Show that the angle between the vectors i+2j and i+j+3k is $\sin^{-1}\sqrt{\frac{46}{55}}$ **04**

(b) (1) Solve the following equations, by matrix method, **03**
3x + 2y = 7 and 11x – 4y = 3.

(2) If $\bar{a} = 3\bar{i} - \bar{j} - 4\bar{k}$, $\bar{b} = -2\bar{i} + 4\bar{j} - 3\bar{k}$ and $\bar{c} = \bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}$ then find the direction cosines of the vector $3\bar{a} - 2\bar{b} + 4\bar{c}$. **04**

OR

Q. 4

(a) (1) If $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ then show that $A^2 = A$. **03**

(2) Forces $3\bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$ and $\bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}$ act on a particle and particle moves form $2\bar{i} + 3\bar{j} + \bar{k}$ to $5\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ under these forces. Find the work done by the forces. **04**

(b) (1) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, then prove that $A^2 - 5A - 2I = 0$. **03**

(2) Find a unit vector perpendicular to the plane of vector $\bar{a} = 5\bar{i} + 7\bar{j} - 2\bar{k}$ and $\bar{b} = 3\bar{i} + \bar{j} - 2\bar{k}$. **04**

Q.5 (a) (1) Prove that $\dfrac{\cos A + \cos 3A + \cos 5A}{\sin A + \sin 3A + \sin 5A} = \cot 3A$ **04**

(2) Prove that $\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{\pi}{4}$ **03**

(b) (1) In usual notations for ΔABC prove that a = b cos C + c cos B **04**

(2) For ΔABC, a = 7, b = $4\sqrt{3}$ and c = $\sqrt{13}$, find the measure of the smallest angle of the triangle. **03**

OR

Q.5 (a) (1) Prove that , $\dfrac{1 + \sin 2\theta - \cos 2\theta}{1 + \sin 2\theta + \cos 2\theta} = \tan\theta$ **04**

(2) Prove that $2\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\dfrac{1}{7}\right) = \dfrac{\pi}{4}$ **03**

(b) (1) In usual notations for ΔABC, prove that b = a cos C + c cos A. **04**

(2) Solve the ΔABC, having A = 30°, b = 1 and c = $\sqrt{3}$. **03**

****

પ્ર 1 (અ) ખાલી જગ્યા પૂરો .(ગણતરી દર્શાવવી જરુરી નથી) **10**

(1) log 1 . log 2 . log 3 . log 4 = ---------------.

(2) $2^{-\log_2 3}$ = ----------------.

(3) એક સમગુણોત્તર શ્રેણી માટે ,જો $T_n = 3^n$, તો સામાન્ય ગુણોતર r = --------------.

(4) 2 અને 18 નો સમગુણોતર મધ્યક = -----------

(5) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$ ના વિસ્તરણ માં સાતમું પદ = --------------.

(6) જો $^nC_5 = {}^nc_4$ તો n = ---------------

(7) જો A= $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$, તો A^2 = ------------.

(8) $\begin{vmatrix}\sec\theta & \tan\theta\\ \tan\theta & \sec\theta\end{vmatrix}$ = --------------.

(9) જો $\overline{A} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$ તો $|\overline{A}|$ = --------------.

(10) જો $\bar{a} = \bar{i} + \bar{j}$, $\bar{b} = \bar{j} - \bar{k}$ તો $\bar{a}.\bar{b}$ = ------------.

(બ) (1) જો એક વર્તુળ ના વ્યાસ ની લંબાઈ 100cm અને તેના એક ચાપ ની લંબાઈ 25 cm, હોય તો ચાપે કેન્દ્ર આગળ આંતરેલો ખુણો શોધો. **02**

2) સાબિત કરો કે , $\cos\frac{\pi}{17} + \cos\frac{5\pi}{17} + \cos\frac{12\pi}{17} + \cos\frac{16\pi}{17} = 0$ **02**

પ્ર.2 (અ) ખાલી જગ્યા પૂરો .(ગણતરી દર્શાવવી જરુરી નથી) **07**

(1) $\cos\frac{\pi}{6}\ \cos\frac{\pi}{4}\ \cos\frac{\pi}{3}\ \cos\frac{\pi}{2}$ = ----------.

(2) $\sin^2 42^\circ + \sin^2 48^\circ$ = ------------.

(3) tan 3x નો આવર્તમાન = -------------.

(4) જો $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$,હોય તો $\sin 165^\circ$ = -------------.

(5) જો $\tan\theta = \frac{1}{3}$ તો $\sin 2\theta$ = -------------.

(6) પ્રચલિત સંકેત પ્રમાણે ,જો ΔABC, માં a = 1 , b = 3, c = 6 , હોય તો s = -------------------

(7) કોઇ પણ ΔABC માં કોસાઇન ના બીજા નિયમ (પ્રક્ષેપ સુત્ર) પ્રમાણે c = --------------

(બ) (1) જો $a^x = b^y = c^z$, હોય તો સાબિત કરો કે **04**

$\log_a bc = x\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$, જ્યાં $x, y, z \neq 0$.

(2) કોઇ પણ સમગુણોત્તર શ્રેણી માં , $T_5 = 81$ અને $T_2 = 3$, હોય તો T_3 અને S_3.શોધો **03**

અથવા

	(બ)	(1) x ની કિમંત માટે સમીકરણ ઉકેલો, $\log_2(x+5)+\log_2(x-2)=3$	04
		(2) 320 અને 5 વચ્ચે 5 સમગુણોતર મધ્યકો મૂકો .	03
પ્ર 3	(અ)	(1) $\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{y}\right)^8$ ના વિસ્તરણ માં મધ્યમ પદ શોધો.	03
		(2) દ્વિપદી પ્રમેય નો ઉપયોગ કરી ને $\sqrt{102}$, ની આશરે કીમત શોધો	02
		(3) .જો A= $\begin{bmatrix}1 & 4\\3 & 2\\2 & 5\end{bmatrix}$ અને B= $\begin{bmatrix}-1 & -2\\0 & 5\\3 & 1\end{bmatrix}$, હોય તો $3A-2B$ શોધો	02
	(બ)	(1) $y=\cos\frac{x}{2}$ નો આલેખ દોરો , ($0\le x\le 2\pi.$)	04
		(2)સાબિત કરો કે: $\tan 70^\circ - \tan 50^\circ - \tan 20^\circ = \tan 70^\circ \tan 50^\circ \tan 20^\circ$	03

અથવા

પ્ર.3	(અ)	(1) $\left(x^2-\frac{2}{x^2}\right)^8$. ,ના વિસ્તરણ માં અચલ પદ શોધો	03
		(2) $(1-x)^{-\frac{1}{2}}$ નો દ્વિપદી પ્રમેય થી પ્રથમ ત્રણ પદો સુધી વિસ્તરણ કરો	02
		(3) જો $A=\begin{bmatrix}5 & -3\\2 & 1\end{bmatrix}$ તો A^{-1}.શોધો .	02
	(બ)	(1) y = sin x, નો આલેખ દોરો , ($-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$)	04
		(2) સાબિત કરો કે : $\tan 10^\circ + \tan 35^\circ + \tan 10^\circ \tan 35^\circ = 1$	03
પ્ર 4	(અ)	(1) જો $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\3 & -2 & 1\\4 & 2 & 1\end{bmatrix}$ તો A^{-1} શોધો	03
		(2)સાબિત કરો કે .સદિશો i+2j ,અને i+j+3k વચ્ચે નો ખૂણો $\sin^{-1}\sqrt{\frac{46}{55}}$ છે	04
	(બ)	(1) શ્રેણીક ની મદદ થી નીચે ના સમીકરણો નો ઉકેલ મેળવો 3x + 2y = 7 અને 11x – 4y = 3.	03
		(2) જો $\bar{a}=3\bar{i}-\bar{j}-4\bar{k}$, $\bar{b}=-2\bar{i}+4\bar{j}-3\bar{k}$ અને $\bar{c}=\bar{i}+2\bar{j}-\bar{k}$ હોય તો સદિશ $3\bar{a}-2\bar{b}+4\bar{c}$. ના દિક્કોસાઇન મેળવો	04,

અથવા

પ્ર 4 (અ) (1) જો $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $A^2 = A$. **03**

(2) એક કણ પર લાગતા બળો $3\bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$ અને $\bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}$, તે કણ ને $2\bar{i} + 3\bar{j} + \bar{k}$ થી $5\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ સુધી ખસેડે છે તો તે બળો થી થયેલુ કાર્ય શોધો **04**

(બ) (1) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, હોય તો સાબિત કરો કે $A^2 - 5A - 2I = 0$. **03**

(2)સદિશ $\bar{a} = 5\bar{i} + 7\bar{j} - 2\bar{k}$,અને $\bar{b} = 3\bar{i} + \bar{j} - 2\bar{k}$.પર લંબ એકમ . સદિશ મેળવો **04**

પ્ર 5 (અ) (1) સાબિત કરો કે $\dfrac{\cos A + \cos 3A + \cos 5A}{\sin A + \sin 3A + \sin 5A} = \cot 3A$ **04**

(2) સાબિત કરો કે $\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{\pi}{4}$ **03**

(બ) (1) પ્રચલિત સંકેતો માં ΔABC માટે સાબિત કરો કે ,
$a = b\cos C + c\cos B$ **04**

(2) ΔABC માટે $a = 7, b = 4\sqrt{3}$ અને $c = \sqrt{13}$, હોય તો સૌથી નાના ખુણા નું માપ શોધો. **03**

અથવા

પ્ર 5 (અ) (1) સાબિત કરો કે, $\dfrac{1 + \sin 2\theta - \cos 2\theta}{1 + \sin 2\theta + \cos 2\theta} = \tan\theta$ **04**

(2) સાબિત કરો કે, $2\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\dfrac{1}{7}\right) = \dfrac{\pi}{4}$ **03**

(બ) (1) પ્રચલિત સંકેતો માં ΔABC,માટે સાબિત કરો કે
$b = a\cos C + c\cos A$. **04**

(2) જો ΔABC મા $A = 30^\circ, b = 1$ અને $c = \sqrt{3}$ હોય તો ΔABC નો ઉકેલ શોધો **03**

****