Seat No.: _____ **Enrolment No._____**

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering Semester –I/II Examination Jan. 2012

Subject code: 320001 **Date: 21/01/2012**
Subject Name: Mathematics-II
Time: 10.30 am – 01.00 pm **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **English version is considered Authentic.**

Q.1 (a) Do as directed **07**

1. If the three points $(-k,1)$, $(k,3)$, $(6,5)$ are collinear, find the value of k.
2. Find the equation of locus of a moving point P(x,y), which moves such that PA = 2PB where A$(-2,3)$ and B $(-3,2)$ are given fixed points

(b) Do as directed **07**

1. Find the equation of line which passes through the point $(4,3)$ and perpendicular to the line $4y - 3x + 7 = 0$.
2. If the two straight lines $3mx - 2my - 10 = 0$ and $(5m+2)x - 4my - 28 = 0$ are parallel then find the value of m.

Q.2 (a) Do as directed **07**

1. If the radius of circle $4x^2+4y^2 - 16x - 12y + a=0$ is 2, then find the value of a. Also find the centre of circle.
2. Find equation of tangent to the circle $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ at the point $(1,-2)$.

(b) Do as directed **07**

1. If $f(x) = \log x$, prove that
   (i) $f(xy) = f(x) + f(y)$
   (ii) $f(x/y) = f(x) - f(y)$
2. Evaluate
   $$\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$$

OR

(b) Do as directed **07**

1. If $f(x) = e^x$, prove that
   (i) $f(x+y) = f(x).f(y)$ and
   (ii) $f(x-y) = f(x)/f(y)$
2. Evaluate

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{x}$$

Q.3 (a) (a) Do as directed **07**

1. Differentiate x^3 by using first principle of differentiation.
2. If $y = \log(\tan x) + \cos x$, find $\frac{dy}{dx}$

(b) Do as directed **07**

1. Find $\frac{dy}{dx}$ if $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
2. Find $\frac{dy}{dx}$ if $x = a \sec\theta$, $y = b \tan\theta$

OR

Q.3 (a) Do as directed **07**

1. Differentiate $\cos x$ by using first principle of differentiation.
2. If $y = \log\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$, find $\frac{dy}{dx}$

(b) Do as directed **07**

1. Find $\frac{dy}{dx}$ if $x \sin y + y \sin x = 0$
2. Differentiate $\sin^{-1}x$ w.r.t. $\cos^{-1}x$

Q.4 (a) Do as directed **07**

1. If $y = a\cos(\log x) + b\sin(\log x)$, show that $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0$
2. If displacement of a moving particle is given by $s = t^3 - 3t^2 + 4t + 3$. Find the velocity and acceleration at $t = 2$.

(b) Do as directed **07**

1. Evaluate $\int (\operatorname{cosec} x - \cot x)\operatorname{cosec} x\,dx$
2. Evaluate $\int \frac{x^3}{2 + x^4}dx$

OR

Q. 4 (a) Do as directed **07**

1. If $y = \log[x + \sqrt{x^2 + 1}]$ Prove that $(1+x^2)\frac{d^2y}{dx} + x\frac{dy}{dx} = 0$

2. Find the maxima and minima of the function $y=2x^3 - 3x^2 - 12x + 5 = 0$.

(b) Do as directed **07**

1. Evaluate $\int \frac{dx}{9+4x^2}$

2. Evaluate $\int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx$

Q.5 (a) Do as directed **07**

1. Evaluate $\int x \sin x dx$

2. Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$

(b) Do as directed **07**

1. Evaluate $\int_0^1 \frac{2}{1+x^2} dx$

2. Find the area includes by the parabola $x^2 = 4y$ and the line $y = x$, by using integration

OR

Q.5 (a) Do as directed **07**

1. Evaluate $\int \log x dx$

2. Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[3]{\sin x}}{\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}} dx$

(b) Do as directed **07**

1. Evaluate $\int_1^3 \frac{2x}{1+x^2} dx$

2. Find the area includes by the parabola $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$.

****

પ્ર.૧. (અ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1. જો ત્રણ બિંદુ $(-k,1)$, $(k,3)$, $(6,5)$ સમરેખ હોય ,તો *kની કિંમત શોધો.*
2. ચલિત બિંદુ P(x,y) શરત PA = 2PB નું પાલન કરતું હોય તેવા બિંદુપથનું સમીકરણ મેળવો જ્યાં A$(-2,3)$ અને B $(-3,2)$.

(બ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1. બિંદુ $(4,3)$ માંથી પસાર થતી અને સુરેખા $4y - 3x + 7 = 0$ *ને લંબ સુરેખાનું* સમીકરણ મેળવો.
2. જો બે સુરેખાઓ $3mx - 2my - 10 = 0$ અને $(5m+2)x - 4my - 28 = 0$ *સમાંતર હોય તો* m ની કીમત શોધો.

પ્ર.૨. (અ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1. જો વર્તુળ $4x^2+4y^2 - 16x - 12y + a=0$ ની ત્રિજ્યા 2 *હોય* , તો a ની કિંમત શોધો. વર્તુળનું કેન્દ્ર પણ શોધો.
2. $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ ને બિંદુ $(1,-2)$ આગળ સ્પર્શકનું સમીકરણ મેળવો.

(બ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1 જો $f(x) = \log x$, તો સાબિત કરો કે

i. $f(xy) = f(x) + f(y)$

ii. $f(x/y) = f(x) - f(y)$

2 કિંમત શોધો.

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$$

અથવા

(બ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1 જો $f(x) = e^x$, તો સાબિત કરો કે

(i) $f(x+y) = f(x).f(y)$ and

(ii) $f(x-y) = f(x)/f(y)$

2. કિંમત શોધો.

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{x}$$

પ્ર.૩. (અ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1. વિકલનના પ્રથમ સિદ્ધાંતની મદદથી x^3 નું વિકલન કરો.

2. જો $y = log(tan\, x)+cos\, x,$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

3. (બ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1. જો $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

2. જો $x = a\, sec\theta, y = b\, tan\theta,$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

અથવા

પ્ર.3. (અ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1. વિકલનના પ્રથમ સિદ્ધાંતની મદદથી $cos\, x$ નું વિકલન કરો.

2. જો $y=\log\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$, તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(બ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1. જો $x\, sin\, y + y\, sin\, x = 0$, તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો

2. $sin^{-1}x$ નું $cos^{-1}x$ ને સાપેક્ષ વિકલન કરો,

પ્ર.૪. (અ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1. જો $y = a\, cos(log\, x) + b sin\, (log\, x),$ તો બતાવો કે $x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}+y=0$

2. એક કણની ગતિનો $s = t^3 - 3\, t^2 + 4t + 3$ છે. તો $t=2$ આગળ વેગ અને પ્રવેગ શોધો.

(બ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1. કિંમત શોધો $\int (\cos ecx-\cot x)\cos ecxdx$

2. કિંમત શોધો $\int \frac{x^3}{2+x^4}dx$

અથવા

પ્ર.૪. (અ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1. જો $y = \log[x + \sqrt{x^2 + 1}]$ તો સાબિત કરો કે $(1+x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} = 0$

2. $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5 = 0$ ની મહત્તમ અને ન્યૂનત્તમ કિંમત શોધો.

(બ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1. કિંમત શોધો $\int \frac{dx}{9+4x^2}$

2. કિંમત શોધો $\int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx$

પ્ર.૫. (અ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1. કિંમત શોધો $\int x \sin x dx$

2. કિંમત શોધો $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$

(બ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1. કિંમત શોધો $\int_0^1 \frac{2}{1+x^2} dx$

2. પરવલય $x^2 = 4y$ અને સુરેખા $y = x$, વચ્ચે ઘેરાયેલા ક્ષેત્રનું ક્ષેત્રફળ સંકલનની મદદથી શોધો.

અથવા

પ્ર.૫. (અ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1. કિંમત શોધો $\int \log x dx$

2. કિંમત શોધો $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[3]{\sin x}}{\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}} dx$

(બ) સૂચના પ્રમાણે કરો (07)

1 કિંમત શોધો $\int_1^3 \frac{2x}{1+x^2} dx$

2 પરવલય $y^2 = 4ax$ અને $x^2 = 4ay$ વચ્ચે ઘેરાયેલા ક્ષેત્રનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

****