Seat No.: ________ Enrolment No.______________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – I/II • EXAMINATION – SUMMER- 2017

Subject Code: 3320002 **Date: 14 - 06 -2017**

Subject Name: Advanced Mathematics (Group I)

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt ALL questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible.** (Scientific/Higher Version not allowed)
5. **English version is authentic**

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. યોગ્ય વિકલ્પ પંસદ કરી ખાલીજગ્યા પુરો. 14

1. $i + i^2 + i^3 + i^4 =$ __________
(a) 1 (b) 0 (c) $-i$ (d) i

૧. $i + i^2 + i^3 + i^4 =$ __________
(અ) 1 (બ) 0 (ક) $-i$ (ડ) i

2. $If\ z = 5 - 2i\ \ then\ \bar{z} =$ ________
(a) $-5 + 2i$ (b) $-5 - 2i$ (c)$5 + 2i$ (d) none of these

૨. જો $z = 5 - 2i$ હોય તો $\bar{z} =$ ________
(અ) $-5 + 2i$ (બ) $-5 - 2i$ (ક)$5 + 2i$ (ડ) એક પણ નહી

3. If $z_1 = 2 + 2i$ and $z_2 = -3 - 2i$ $then$ $|z_1 + z_2| =$ _________
(a) 1 (b) 5 (c) 0 (d) $\sqrt{5}$

3. જો $z_1 = 2 + 2i$ અને $z_2 = -3 - 2i$ હોય તો $|z_1 + z_2| =$ _________
(અ) 1 (બ) 5 (ક) 0 (ડ) $\sqrt{5}$

4. If $z = 1 - i\sqrt{3}$, then $\arg(z) =$ ______
(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $-\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $-\frac{\pi}{3}$

૪. જો $z = 1 - i\sqrt{3}$,હોય તો $\arg(z) =$ ______
(અ) $\frac{\pi}{6}$ (બ) $-\frac{\pi}{6}$ (ક) $\frac{\pi}{3}$ (ડ) $-\frac{\pi}{3}$

5. If $f(x) = \cos x$, then $f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$ ______

(a) $\cos x$ (b) $\sin x$ (c) $-\cos x$ (d) $-\sin x$

૫. જો $f(x) = \cos x$ હોય તો $f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$ _______

(અ) $\cos x$ (બ) $\sin x$ (ક) $-\cos x$ (ડ) $-\sin x$

6. $\lim_{n\to\infty} \frac{6n^2 - 3n + 5}{2n^2 + 4n - 3} =$ __________

(a) 0 (b) 6 (c) ∞ (d) 3

૬. $\lim_{n\to\infty} \frac{6n^2 - 3n + 5}{2n^2 + 4n - 3} =$ __________

(અ) 0 (બ) 6 (ક) ∞ (ડ) 3

7. If $y = 5^x$ then $\frac{dy}{dx} =$ _____________

(a) 5^x (b) $x\,5^{x-1}$ (c) $5^x \log_e 5$ (d) $5^x \log_5 e$

૭. જો $y = 5^x$ હોય તો $\frac{dy}{dx} =$ _____________

(અ) 5^x (બ) $x\,5^{x-1}$ (ક) $5^x \log_e 5$ (ડ) $5^x \log_5 e$

8. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x + \cot^{-1} x) =$ ________

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) 0 (c) -1 (d) 1

૮. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x + \cot^{-1} x) =$ ________

(અ) $\frac{\pi}{2}$ (બ) 0 (ક) -1 (ડ) 1

9. *If* $y = \log \sin x$, *then* $\frac{dy}{dx} =$ _______

(a) $\log \cos x$ *(b)* $\cot x$ *(c)* $\tan x$ *(d)* $\frac{1}{\sin x}$

૯. જો $y = \log \sin x$, હોય તો $\frac{dy}{dx} =$ _______

(અ) $\log \cos x$ (બ) $\cot x$ (ક) $\tan x$ (ડ) $\frac{1}{\sin x}$

10 For any function f(x) is maximum , at $x = a$,then necessary condition is _______

(a) $f''(a) > 0$ (b) $f''(a) < 0$ (c) $f''(a) = 0$ (d) none of these

૧૦. $x = a$, આગળ વિધેય $f(x)$ મહત્તમ છે માટે, પર્યાપ્ત શરત ________છે

(અ) $f''(a) > 0$ (બ) $f''(a) < 0$ (ક) $f''(a) = 0$ (ડ) એકપણ નહી

11. $\int \cot x \; dx =$ _______+ c.

(a) $-\text{cosec}^2 x$ *(b)* $\log \sin x$ *(c)* $\tan x$ *(d)* $\log \cos x$

૧૧. $\int \cot x \; dx =$ _______ $+ c$

(અ) $-\text{cosec}^2 x$ (બ) $\log \sin x$ (ક) $\tan x$ (ડ) $\log \cos x$

12. $\int e^x (\sin x + \cos x) dx =$ _________

(a) $e^x \sin x + c$ (b) $e^x \cos x + c$ (c) $e^x(\cos x - \sin x) + c$

(d) $e^x(\cos x + \sin x)dx + c$

૧૨. $\int e^x (\sin x + \cos x)dx =$ ________

(અ)$e^x \sin x + c$ (બ)$e^x \cos x + c$ (ક)$e^x(\cos x - \sin x) + c$

(ડ) $e^x(\cos x + \sin x)dx + c$

13. The order of differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \frac{dy}{dx} + \sin y = 0$

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 6

૧૩. વિકલ સમીકરણ $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \frac{dy}{dx} + \sin y = 0$ ની કક્ષા________છે.

(અ)1 (બ) 2 (ક) 3 (ડ) 6

14. The degree of differential equation $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + xy = 0$

(a) 4 (b) 6 (c) 3 (d) 1

૧૪. વિકલ સમીકરણ $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + xy = 0$ નું પરીમાણ ______છે

(અ) 4 (બ) 6 (ક) 3 (ડ) 1

.Q.2 (a) Attempt any TWO .કોઇ પણ બે ના જવાબ આપો. 06

1. Find the value of x and y from the equation , where x, y $\in R$
$(3x - 7) + 2iy = 5y + (5 + x)i$

૧. આપેલી સમીકરણ $(3x - 7) + 2iy = 5y + (5 + x)i$ માંથી x અને y ની કીમતો મેળવો ,જ્યાં x, y $\in R$.

2. Find the inverse of complex number $\frac{2+3i}{4-3i}$

૨. $\frac{2+3i}{4-3i}$ ની વ્યસ્ત સંકર સંખ્યા મેળવો.

3. Prove that , $\left(\sqrt{3} + i\right)^n + \left(\sqrt{3} - i\right)^n = 2^{n+1} \cos\frac{n\pi}{6}$

3. સાબિત કરો કે , $\left(\sqrt{3} + i\right)^n + \left(\sqrt{3} - i\right)^n = 2^{n+1} \cos\frac{n\pi}{6}$

(b) Attempt any TWO કોઇ પણ બે ના જવાબ આપો. 08

1. If $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$, *then prove that* $f(x) + f(-x) = f(x^2)$

૧. જો $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$ હોય, તો સાબિત કરો કે $f(x) + f(-x) = f(x^2)$

2. Evaluate $\lim_{x\to 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$

૨. કિંમત શોધો $\lim_{x\to 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$

3. Evaluate $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$

૩. કિંમત શોધો $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$

Q.3 (a) Attempt any TWO .કોઇ પણ બે ના જવાબ આપો. 06

1. If $y=\log(\sec x+\tan x)$, then find $\frac{dy}{dx}$

૧. જો $y=\log(\sec x+\tan x)$ હોય, તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

2. If $y=\frac{x^2-1}{x^2+1}$, then find $\frac{dy}{dx}$

૨. જો $y=\frac{x^2-1}{x^2+1}$ હોય , તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો

3. Differentiate with respect to x , $y=(\sin x)^x$

૩. $y=(\sin x)^x$ નું x પ્રત્યે વિકલિત મેળવો

(b) Attempt any TWO .કોઇ પણ બે ના જવાબ આપો 08

1. If $x=a(\theta+\sin\theta)$ and $y=a(1-\cos\theta)$ then prove that $\frac{dy}{dx}=\tan\frac{\theta}{2}$

૧. જો $x=a(\theta+\sin\theta)$ અને $y=a(1-\cos\theta)$ હોય , તો સાબિત કરો કે $\frac{dy}{dx}=\tan\frac{\theta}{2}$

2. If $y=e^{\tan^{-1}x}$, then prove that $(1+x^2)\frac{d^2y}{dx^2}+(2x-1)\frac{dy}{dx}=0$

૨. જો $y=e^{\tan^{-1}x}$,હોય તો સાબિત કરો કે $(1+x^2)\frac{d^2y}{dx^2}+(2x-1)\frac{dy}{dx}=0$

3. The equation of motion of a particle is $s=t^3-6t^2+9t,$ find the acceleration at t=3 , Also find t and s when acceleration becomes zero.

૩. જો $s=t^3-6t^2+9t,$ હોય તો t=3 , આગળ પ્રવેગ શોધો .પ્રવેગ શુન્ય બને ત્યારે t અને s શોધો.

Q.4 (a) Attempt any TWO કોઇ પણ બે ના જવાબ આપો 06

1. Evaluate $\int\left(x+\frac{1}{x}\right)^2dx$

૧. કિંમત શોધો. $\int\left(x+\frac{1}{x}\right)^2dx$

2. Evaluate $\int\frac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}dx$

૨. કિંમત શોધો. $\int\frac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}dx$

3. Evaluate $\int x^3\log x\,dx$

૩. કિંમત શોધો $\int x^3\log x\,dx$

(b) Attempt any TWO કોઇ પણ બે ના જવાબ આપો 08

1. Evaluate $\int \frac{x+3}{(x-1)(x-2)} dx$

૧. કિંમત શોધો. $\int \frac{x+3}{(x-1)(x-2)} dx$

2. Prove that $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{4}$

૨. સાબિત કરો કે $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{4}$

3. Find area bounded by the parabolas $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$

૩. પરવલયો $y^2 = 4ax$ અને $x^2 = 4ay$ થી સિમિત પ્રદેશ નું ક્ષેત્રફળ મેળવો .

Q.5 (a) Attempt any TWO કોઇ પણ બે ના જવાબ આપો 06

1. Evaluate $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right)^{2x}$

૧. કિંમત શોધો : $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right)^{2x}$

2. Solve the differential equation $y(1+e^x)dy = (y+1)e^x dx$

૨. વિકલ સમીકરણ $(1+e^x)dy = (y+1)e^x dx$ નો ઉકેલ શોધો.

3. solve the differential equation $x\frac{dy}{dx} = y + x\cos^2\frac{y}{x}$

૩. વિકલ સમીકરણ $x\frac{dy}{dx} = y + x\cos^2\frac{y}{x}$ નો ઉકેલ શોધો.

(b) Attempt any TWO કોઇ પણ બે ના જવાબ આપો 08

1. solve: $(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \cos x$

૧. ઉકેલો: $(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \cos x$

2. solve : $x\log x\frac{dy}{dx} + y = \log x^2$

૨. ઉકેલો: $x\log x\frac{dy}{dx} + y = \log x^2$

3. solve: $\left(1+e^{\frac{x}{y}}\right)dx + e^{\frac{x}{y}}\left(1-\frac{x}{y}\right)dy = 0$

૩. ઉકેલો: $\left(1+e^{\frac{x}{y}}\right)dx + e^{\frac{x}{y}}\left(1-\frac{x}{y}\right)dy = 0$

****