Seat No.: ________ Enrolment No.___________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering - SEMESTER–I • EXAMINATION – SUMMER 2013

Subject Code: 310034 Date: 5-06-2013

Subject Name: Mathematics - I

Time: 2:30 pm - 05:00 pm Total Marks: 70

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **English version is considered to be Authentic.**

Q.1 (a) Fill in the blanks. **07**

(1) $\log_{15}(1)$ =_________ .

(2) 6th term of the sequence 4,12,36, ------- is ________.

(3) ${}^{10}C_2$ = ______ .

(4) $|i-2j+2k|$ =_______.

(5) $\cos^2 25^\circ + \cos^2 65^\circ$ = _______ .

(6) 540° = _______ radian.

(7) cos3A = _______ .

(b) Do as directed.

(i) Prove that : $\frac{1}{\log_{xy}(xyz)} + \frac{1}{\log_{yz}(xyz)} + \frac{1}{\log_{zx}(xyz)} = 2$ **03**

(ii) If $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ then prove that $a^2+b^2=7ab$. **04**

Q.2 (a) Do as directed.

(i) If for a G.P. $T_3=36$ and $T_6=972$, find T_8 . **03**

(ii) Find the sum 8+88+888+_ _ _ to n terms. **04**

(b) Do as directed.

(i) Insert three G.M's between 8 and 648. **03**

(ii) Find the approximate value of $\sqrt{102}$ using Binomial Theorem. **04**

OR

(b) (i) Find the 6th term in the expansion of $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{10}$. **03**

(ii) Find the constant term in the expansion of $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$. **04**

Q.3 (a) (i) If A=$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$, find A^{-1}. **03**

(ii) If A=$\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ and B=$\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$, find A^2+AB. **04**

(b) (i) For what values of p the vectors 2i+3j-k and pi-j+3k are mutually perpendicular. **03**

(ii) A particle moves from the point 3i-2j+k to the point i+3j-4k under the effect of constant forces i-j+k, i+j-3k and 4i+5j-6k. Find the work done. **04**

OR

Q.3	(a)	(i) If A= $\begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ then prove that adjA=A.	**03**
		(ii) If A= $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, find $A^2-9A+14I$, where I is the unit matrix	**04**
	(b)	(i) If a=3i-2j+k, b=2i-4j-3k and c= -i+2j+2k, find the value of $\lvert 2a-3b-5c \rvert$.	**03**
		(ii) Prove that the angle between two vectors 3i+j+2k and 2i-2j+4k is $\sin^{-1}(\frac{2}{\sqrt{7}})$.	**04**
Q.4	(a)	(i) Prove that : $\text{cosec}^6\theta-\cot^6\theta=1+3\cot^2\theta+3\cot^4\theta$.	**03**
		(ii) Find the value of $\sin(\frac{11\pi}{4})$ and $\tan(-840^\circ)$.	**04**
	(b)	(i) Prove that : tan3A-tan2A-tanA=tan3Atan2AtanA .	**03**
		(ii) Evaluate : $\frac{\sin(\pi+\theta)}{\sin(2\pi-\theta)}+\frac{\tan(\frac{\pi}{2}+\theta)}{\cot(\pi-\theta)}+\frac{\cos(2\pi+\theta)}{\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)}$	**04**

OR

Q. 4	(a)	(i) Prove that : $\frac{\sec\theta+2\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}=1+\tan\theta$	**03**
		(ii) Find the value of $\cos30^\circ+\sin240^\circ+\tan60^\circ+\tan120^\circ$	**04**
	(b)	(i) Prove that : $\tan66^\circ=\frac{\cos21^\circ+\sin21^\circ}{\cos21^\circ-\sin21^\circ}$	**03**
		(ii) Prove that : $\frac{\sin(A-B)}{\sin A\sin B}+\frac{\sin(B-C)}{\sin B\sin C}+\frac{\sin(C-A)}{\sin C\sin A}=0$	**04**
Q.5	(a)	(i) Prove that : $\frac{1+\sin2\theta-\cos2\theta}{1+\sin2\theta+\cos2\theta}=\tan\theta$	**03**
		(ii) Draw the graph of y=sinx, 0≤x≤2Л .	**04**
	(b)	(i) Prove that : $\tan^{-1}(\frac{1}{4})+\tan^{-1}(\frac{2}{9})=\tan^{-1}(\frac{1}{2})$	**03**
		(ii) If a=4, b=5, c=6, find R,r and Δ	**04**

OR

Q.5	(a)	(i) Prove that : $\cos4\theta=8\cos^4\theta-8\cos^2\theta+1$	**03**
		(ii) Draw the graph of y=cosx , 0≤x≤2Л .	**04**
	(b)	(i) Evaluate : $\cos\left(\sin^{-1}\frac{5}{13}\right)$	**03**
		(ii) In ΔABC with usual notatios prove that $\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}=\frac{s}{4R}$.	**04**

****

Q.1 (a) ખાલી જગ્યા પૂરો. ૦૭

(1) $\log_{15}(1)$ = __________ .

(2) શ્રેણી 4,12,36, ------- નુ છઠ્ઠુ પદ ________ થાય.

(3) $^{10}C_2$ = ______ .

(4) |i-2j+2k| = _______.

(5) $\cos^2 25^\circ + \cos^2 65^\circ$ = _______ .

(6) 540° = _______ રેડિયન.

(7) cos3A = _______ .

(b) (i) સાબિત કરો : $\frac{1}{\log_{xy}(xyz)}+\frac{1}{\log_{yz}(xyz)}+\frac{1}{\log_{zx}(xyz)}=2$ ૦૩

(ii) જો $\log(\frac{a+b}{3})=\frac{1}{2}$(loga+logb) તો સાબિત કરો કે $a^2+b^2=7ab$. ૦૪

Q.2 (a) (iii) જો સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં $T_3=36$ અને $T_6=972$, તો T_8 શોધો . ૦૩

(iv) શ્રેણી 8+88+888+_ _ _ ના પ્રથમ n પદોનો સરવાળો શોધો. ૦૪

(b) (i) 8 અને 648 વચ્ચે ત્રણ સમગુણોતર મધ્યકો શોધો. ૦૩

(ii) $\sqrt{102}$ નું આસન્ન મૂલ્ય શોધો. ૦૪

અથવા

(b) (i) $(x^3-\frac{1}{x^2})^{10}$ ના વિસ્તરણનું છઠ્ઠુ પદ શોધો. ૦૩

(ii) $(x-\frac{1}{x})^{10}$ના વિસ્તરણનું અચળ પદ શોધો. ૦૪

Q.3 (a) (i) જો $A=\begin{bmatrix}3 & 5\\ -2 & -3\end{bmatrix}$, તો A^{-1} શોધો. ૦૩

(ii)જો $A=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 3 & 1\end{bmatrix}$ અને $B=\begin{bmatrix}-1 & 5\\ 4 & -3\end{bmatrix}$, તો A^2+AB ની કિંમત શોધો. ૦૪

(b) (i) p ની કઈ કિંમત માટે સદિશો 2i+3j-k અને pi-j+3k પરસ્પર લંબ થાય. ૦૩

(ii) અચળ બળો i-j+k, i+j-3k અને 4i+5j-6k ની અસર નીચે એક કણનું 3i-2j+k થી i+3j-4k સુધી સ્થાનાંતર થાય તો થતું કાર્ય શોધો. ૦૪

અથવા

Q.3 (a) (i) જો $A=\begin{bmatrix}-4 & -3 & -3\\ 1 & 0 & 1\\ 4 & 4 & 3\end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો કે adjA=A. ૦૩

(ii)જો $A=\begin{bmatrix}4 & 3\\ 2 & 5\end{bmatrix}$, તો $A^2-9A+14I$ ની કિંમત શોધો, જ્યાં I એકમ શ્રેણિકછે. ૦૪

(b) (i) જો a=3i-2j+k, b=2i-4j-3k અને c= -i+2j+2k, તો $|2a-3b-5c|$ ની કિંમત શોધો. ૦૩

(ii) સાબિત કરો કે સદિશો 3i+j+2k અને 2i-2j+4k વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1}(\frac{2}{\sqrt{7}})$ છે. ૦૪

Q.4 (a) (i) સાબિત કરો : $\text{cosec}^6\theta - \cot^6\theta = 1 + 3\cot^2\theta + 3\cot^4\theta$. ૦૩

(ii) કિંમત શોધો : $\sin(\frac{11\pi}{4})$ અને $\tan(-840^\circ)$. ૦૪

(b) (i) સાબિત કરો : tan3A-tan2A-tanA=tan3Atan2AtanA . ૦૩

(ii) કિંમત શોધો : $\frac{\sin(\pi+\theta)}{\sin(2\pi-\theta)} + \frac{\tan(\frac{\pi}{2}+\theta)}{\cot(\pi-\theta)} + \frac{\cos(2\pi+\theta)}{\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)}$ ૦૪

અથવા

Q. 4 (a) (i) સાબિત કરો : $\frac{\sec\theta + 2\sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} = 1 + \tan\theta$ ૦૩

(ii)કિંમત શોધો : $\cos 30^\circ + \sin 240^\circ + \tan 60^\circ + \tan 120^\circ$ ૦૪

(b) (i) સાબિત કરો : $\tan 66^\circ = \frac{\cos 21^\circ + \sin 21^\circ}{\cos 21^\circ - \sin 21^\circ}$ ૦૩

(ii) સાબિત કરો : $\frac{\sin(A-B)}{\sin A \sin B} + \frac{\sin(B-C)}{\sin B \sin C} + \frac{\sin(C-A)}{\sin C \sin A} = 0$ ૦૪

Q.5 (a) (i) સાબિત કરો : $\frac{1+\sin 2\theta - \cos 2\theta}{1+\sin 2\theta + \cos 2\theta} = \tan\theta$ ૦૩

(ii) $y = \sin x,\ 0 \le x \le 2\pi$ નો આલેખ દોરો. ૦૪

(b) (i) સાબિત કરો : $\tan^{-1}(\frac{1}{4}) + \tan^{-1}(\frac{2}{9}) = \tan^{-1}(\frac{1}{2})$ ૦૩

(ii) જો a=4, b=5, c=6, તો R, r અને Δ ની કિંમત શોધો. ૦૪

અથવા

Q.5 (a) (i) સાબિત કરો : $\cos 4\theta = 8\cos^4\theta - 8\cos^2\theta + 1$ ૦૩

(ii) $y = \cos x,\ 0 \le x \le 2\pi$ નો આલેખ દોરો. ૦૪

(b) (i) કિંમત શોધો : $\cos(\sin^{-1}\frac{5}{13})$ ૦૩

(ii) ΔABC અને માં પ્રમાણિત સંકેત મુજબ સાબિત કરો કે ૦૪

$\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2} = \frac{s}{4R}$.

****