

Seat No.: _____

Enrolment No. _____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA - 1ST / 2ND SEMESTER-EXAMINATION –JUNE/JULY- 2012
Subject code: 320001
Subject Name: Mathematics-II

Date: 28/06/2012

Time: 10.30 am – 01.00 pm

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. English version is Authentic
5. Use of programmable calculator is prohibited

1. (a) 1. If the distance between points (5, x) and (2, -3) is 5 units, find the value of x. [2]
2. Find the perpendicular length of a line $3x + 4y + 5 = 0$ from origin. [2]
3. Show that line $3x - 2y + 5 = 0$ and $2x + 3y - 7 = 0$ are mutually perpendicular. [3]
 - (b) 1. Obtain the equation of a circle passing through point (2, 3) having centre on point of intersection of lines $3x + 2y - 1 = 0$ and $4x + y + 2 = 0$. [4]
2. Find the area of triangle whose vertices are (3, -2), (9, 3) and (5, 2). [3]
 2. (a) 1. If $y = \frac{\sin(\log x)}{x}$ find $\frac{dy}{dx}$. [4]
2. Evaluate: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2 + x + 2}{x^2 + x - 2}$. [3]
 - (b) 1. Find the equation of a line which is perpendicular to the line $4x - 5y + 6 = 0$ and pass through mid point of a line joining points (3, 7) and (-1, 5). [4]
2. Obtain the equation of tangent to the circle $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 5 = 0$ at point (1, 2). [3]
- OR
- (b) 1. Find the point of intersection on X-axes by a line joining points (2, 2) and (-3, 6). [4]
2. Find the centre and radius of a circle $4x^2 + 4y^2 + 8x - 12y - 3 = 0$. [3]
 3. (a) 1. If $f(x) = \frac{1}{1+x}$ then show that $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 1$. [2]
2. Evaluate: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 7}{x^2 + 3x - 1}$. [2]
3. Using first Principle differentiate \sqrt{x} with respect to x. [3]
 - (b) 1. If $y = \sin(x+y)$, find $\frac{dy}{dx}$. [4]
2. Find the derivative of $\frac{1}{3} \tan^3 x - \tan x + x$. [3]
- OR
3. (a) 1. If $f(x) = \sin x$ then show that $2f(x)f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = f(2x)$. [2]
2. Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{x}$. [2]
3. Using first Principle differentiate x^3 with respect to x. [3]

(b) 1. If $x = a(\theta + \sin\theta)$ and $y = a(1 - \cos\theta)$, find $\frac{dy}{dx}$. [4]

2. Find the derivative of $\log\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)$. [3]

4. (a) 1. A particle has motion of $S = 2t^3 + 3t^2 - 12t + 6$. Find the velocity and acceleration at $t = 2$. What will be the acceleration when particle comes to rest? [4]

2. If $y = \log(\sec x + \tan x)$, find $\frac{dy}{dx}$. [3]

(b) 1. Evaluate: $\int x^2 \log x dx$ [4]

2. Evaluate: $\int \frac{x^2 dx}{1+x^6}$. [3]

OR

4. (a) 1. Find the maximum and minimum value of $2x^3 - 15x^2 + 36x + 10$. [4]

2. Find the derivative of $\frac{\log x}{x}$ at $x = 1$. [3]

(b) 1. Evaluate : $\int \frac{x+3}{(x-1)(x-2)} dx$ [4]

2. Evaluate : $\int e^{\cos x} \sin x dx$. [3]

5. (a) 1. Find the value of $\int_{-1}^2 \frac{x dx}{x^2 + 3}$. [4]

2. Evaluate : $\int \frac{2+3\sin x}{\cos^2 x} dx$. [3]

(b) 1. Find the value of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$. [4]

2. Find the area enclosed between the parabola $x^2 = 4y$ and line $y = x$. [3]

OR

5. (a) 1. Find the value of $\int_0^1 \frac{4x^3 - 5x + 3}{\sqrt{x}} dx$. [4]

2. Evaluate : $\int \frac{dx}{16 - 25x^2}$. [3]

(b) 1. Evaluate : $\int_0^1 x^2(1-x)^{\frac{3}{2}} dx$ [4]

2. Find the volume of a solid generated by revolving the curve $x^2 + 4y^2 = 4$ around X-axes. [3]

સૂચના:

1. તમામ પાંચ પ્રશ્નોના જવાબ ફરજિયાત છે.
2. જરૂરી જણાય ત્યાં યથાયોગ્ય ધારણાઓ બાંધવી.
3. જમણી બાજુ દર્શાવેલ આંકડા પ્રશ્નોના ગુણ દર્શાવે છે.
4. અંગ્રેજી પ્રશ્નપત્ર આધારભૂત ગણાશે.
5. પ્રોગ્રામેબલ કેલક્યુલેટર વાપરવાની સખત મનાઇ છે.

1. (અ) 1. બિંદુઓ $(5, x)$ અને $(2, -3)$ વચ્ચેનું અંતર 5 એકમ હોય તો, x ની કિમત શોધો. [2]
2. રેખા $3x + 4y + 5 = 0$ નું મૂળબિંદુથી લંબ અંતર શોધો. [2]
3. બતાવો કે રેખાઓ $3x - 2y + 5 = 0$ અને $2x + 3y - 7 = 0$ પરસ્પર લંબ છે. [3]
- (બ) 1. બિંદુ $(2, 3)$ માંથી પસાર થતા અને જેનું કેન્દ્ર રેખાઓ $3x + 2y - 1 = 0$ અને $4x + y + 2 = 0$ નું છેદબિંદુ હોય તેવા વર્તુળ નું સમીકરણ મેળવો. [4]
2. $(3, -2), (9, 3)$ અને $(5, 2)$ ત્રિકોણા શિરોબિંદુઓ હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ મેળવો. [3]
2. (અ) 1. જો $y = \frac{\sin(\log x)}{x}$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. [4]
2. ઉકેલો: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2 + x + 2}{x^2 + x - 2}$. [3]
- (બ) 1. બિંદુઓ $(3, 7)$ અને $(-1, 5)$ ને જોડતી રેખાના મધ્ય બિંદુમાંથી પસાર થતી અને $4x - 5y + 6 = 0$ રેખાને લંબ હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ શોધો. [4]
2. બિંદુ $(1, 2)$ આગળ વર્તુળ $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 5 = 0$ ના સ્પર્શકનું સમીકરણ મેળવો. [3]
- અથવા
- (બ) 1. બિંદુઓ $(2, 2)$ અને $(-3, 6)$ ને જોડતી રેખાખંડના x - અક્ષ પર છેદતા બિંદુના યામ શોધો. [4]
2. વર્તુળ $4x^2 + 4y^2 + 8x - 12y - 3 = 0$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા મેળવો. [3]
3. (અ) 1. જો $f(x) = \frac{1}{1+x}$ તો બતાવો કે $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 1$. [2]
2. ઉકેલો: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 7}{x^2 + 3x - 1}$. [2]
3. વિકલનના પ્રથમ નિયમની મદદથી \sqrt{x} નું x સાપેક્ષ વિકલન કરો. [3]
- (બ) 1. જો $y = \sin(x+y)$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. [4]
2. $\frac{1}{3} \tan^3 x - \tan x + x$ નું વિકલન મેળવો. [3]
- અથવા
- (અ) 1. જો $f(x) = \sin x$ તો બતાવો કે $2f(x)f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = f(2x)$. [2]
2. ઉકેલો: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{x}$. [2]
3. વિકલનના પ્રથમ નિયમની મદદથી x^3 નું x સાપેક્ષ વિકલન કરો. [3]

(અ) 1. જો $x = a(\theta + \sin\theta)$ અને $y = a(1 - \cos\theta)$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. [4]

2. $\log\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)$ નું વિકલન મેળવો. [3]

4. (અ) 1. એક કણ $S = 2t^3 + 3t^2 - 12t + 6$ સમીકરણથી ગતિ કરે છે. $t = 2$ આગળ તેનો વેગ અને પ્રવેગ શોધો. [4]
કણ જ્યારે સ્થિર સ્થિતીમા આવે તે સમય તેનો પ્રવેગ કેટલો થશે?

2. જો $y = \log(\sec x + \tan x)$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. [3]

(અ) 1. ઉકેલો: $\int x^2 \log x dx$ [4]

2. ઉકેલો: $\int \frac{x^2 dx}{1+x^6}$. [3]

અથવા

4. (અ) 1. $2x^3 - 15x^2 + 36x + 10$ નું મહત્તમ અને ન્યૂનત્તમ મૂલ્ય શોધો. [4]

2. $\frac{\log x}{x}$ નું $x = 1$ પાસે નું વિકલિત મેળવો. [3]

(અ) 1. ઉકેલો : $\int \frac{x+3}{(x-1)(x-2)} dx$ [4]

2. ઉકેલો: $\int e^{\cos x} \sin x dx$. [3]

5. (અ) 1. $\int_{-1}^2 \frac{xdx}{x^2+3}$ ની કિંમત શોધો. [4]

2. ઉકેલો : $\int \frac{2+3\sin x}{\cos^2 x} dx$. [3]

(અ) 1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$ ની કિંમત શોધો. [4]

2. પરવલય $x^2 = 4y$ અને રેખા $y = x$ વચ્ચે બનતા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ મેળવો. [3]

અથવા

5. (અ) 1. $\int_0^1 \frac{4x^3 - 5x + 3}{\sqrt{x}} dx$ ની કિંમત શોધો. [4]

2. ઉકેલો : $\int \frac{dx}{16 - 25x^2}$. [3]

(અ) 1. ઉકેલો : $\int_0^1 x^2 (1-x)^{\frac{3}{2}} dx$ [4]

2. વક $x^2 + 4y^2 = 4$ નું X-અક્ષ પરના પરિભ્રમણથી બનતા ઘનનું ઘનફળ શોધો. [3]
