

Gujarat Technological University

Diploma Engineering – SEMESTER – II · EXAMINATION – WINTER · 2016

Subject Code: 320001

Date: 03-12-2016

Subject Name: Mathematics – II

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make suitable assumption wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)
5. English version is authentic.

Q - 1 A Fill in the blanks 07

1. Distance between points $(3, -4)$ and $(0, 0)$ is _____.

2. If $f(x) = x^2 + x + 1$ then $f(0) =$ _____

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 2}{x^2 + 1} =$ _____

4. Slope of line $2x - 2y + 3 = 0$ is $m =$ _____

5. If $y = x^2 - \log_e x$ then $\frac{dy}{dx} =$ _____

6. $\int \cos x \, dx =$ _____

7. $\int_0^1 2x \, dx =$ _____

B Do as Directed

1 Show that the points $(2, 7)$, $(-1, 6)$, $(2, -3)$ and $(5, -2)$ are the vertices of the 04
rectangle.

2 Check collinearity of points $(1, -1)$, $(2, -2)$ and $(4, -4)$. 03

Q - 2 A Do as Directed 04

1 Find out equation of perpendicular bisector of line segment joining point $(3, -1)$ and 04
 $(7, 3)$.

2 Find out perpendicular distance between point $(10, 15)$ to the line $5x - 12y + 20 = 0$ 03

B Do as Directed

1 Find the equation of the circle having centre $(3, 5)$ and passing through the point of 04
intersection of the lines $2x + y - 3 = 0$ and $x - y - 9 = 0$.

2 Find out centre and radius of circle $2x^2 + 2y^2 + 16x - 28y + 32 = 0$. 03

OR

B Do as Directed

1 Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x(2x - 3) - 9}$ 04

2 If $f(x) = \log\left(\frac{x}{x-1}\right)$ then show that $f(a+1) + f(a) = \log\left(\frac{a+1}{a-1}\right)$. 03

Q - 3 A Do as Directed

1 If $y = \log(x + \sqrt{x^2 - a^2})$ then find out $\frac{dy}{dx}$. 04

2 Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{4}{x^2 - 4} + \frac{1}{2 - x} \right]$ 03

B Do as Directed

1 If $y = \log \left[\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right]$ then find out $\frac{dy}{dx}$. 04

2 If $y = \sec x \tan x$ then find out $\frac{dy}{dx}$. 03

OR

Q - 3 **A** Do as Directed

1 Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ 04

2 If $x = at^2$, $y = 2at$ then find out $\frac{dy}{dx}$. 03

B Do as Directed

1 Find out derivative of function $x \log y + y \log x = 0$ with respect to variable x . 04

2 Evaluate: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right]$ 03

Q - 4 **A** Do as Directed

1 If $y = (x + \sqrt{x^2 + 1})^m$ show that $(x^2 + 1) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - m^2 y = 0$. 04

2 Find out velocity and acceleration of a particle having equation of motion $s(t) = 3t^3 + 2t^2 + t + 10$ when $t = 2$ seconds. 03

B Do as Directed

1 Evaluate: $\int \left(\frac{3^{x+2} \sin^2 x + \cos x}{\sin^2 x} \right) dx$ 04

2 Evaluate: $\int \left(\frac{x^3 + x^2 + 1}{\sqrt{x}} \right) dx$ 03

OR

Q - 4 **A** Do as Directed

1 Find the maximum and minimum value of the function $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$. 04

2 If $y = \sin x + x^4$ then find $\frac{d^4 y}{dx^4}$. 03

B Do as Directed

1 Evaluate: $\int \sqrt{\frac{2-x}{x}} dx$ 04

2 Evaluate: $\int \frac{x^3}{1+x^8} dx$ 03

Q - 5 **A** Do as Directed

1 Evaluate: $\int_0^5 \frac{\sqrt{5-x}}{\sqrt{x} + \sqrt{5-x}} dx$ 04

2 Evaluate: $\int x^2 \log x dx$ 03

B Do as Directed

1 Find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b$). 04

2 Evaluate: $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ 03

OR

Q - 5 A Do as Directed

1 Evaluate: $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ 04

2 Evaluate: $\int \sin x \cos^3 x dx$ 03

B Do as Directed

1 Evaluate: $\int_{-5}^5 |x+2| dx$ 04

2 Find out the volume of sphere with radius 'a' unit, using integration. 03

ગુજરાતી

Q - 1 A ખાલી જગ્યા પુરો. 07

1. બિંદુઓ (3, -4) અને (0, 0) વચ્ચેનું અંતર _____.

2. જો $f(x) = x^2 + x + 1$ તો $f(0) =$ _____

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 2}{x^2 + 1} =$ _____

4. રેખા $2x - 2y + 3 = 0$ નો ઢાળ $m =$ _____

5. જો $y = x^2 - \log_e x$ તો $\frac{dy}{dx} =$ _____

6. $\int \cos x dx =$ _____

7. $\int_0^1 2x dx =$ _____

B સૂચના મુજબ કરો.

1 બિંદુઓ (2, 7), (-1, 6), (2, -3) અને (5, -2) લંબચોરસના શીરોબિંદુઓ છે તેમ દર્શાવો. 04

2 બિંદુઓ (1, -1), (2, -2) અને (4, -4) ની સમરેખતા ચકાસો. 03

Q - 2 A સૂચના મુજબ કરો.

1 બિંદુઓ (3, -1) અને (7, 3) ને જોડતા રેખાખંડના લંબદ્વિભાજકનું સમીકરણ મેળવો. 04

2 બિંદુ (10, 15) થી રેખા $5x - 12y + 20 = 0$ વચ્ચેનું લંબ અંતર મેળવો. 03

B સૂચના મુજબ કરો.

1 બિંદુ (3, 5) કેન્દ્ર તથા રેખાઓ $2x + y - 3 = 0$ અને $x - y - 9 = 0$ ના છેદબિંદુ માથી પસાર થતાં વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો. . 04

2 વર્તુળ $2x^2 + 2y^2 + 16x - 28y + 32 = 0$ નું કેન્દ્ર તથા ત્રિજ્યા મેળવો. 03

OR

B સૂચના મુજબ કરો.

1 કિંમત શોધો: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x(2x - 3) - 9}$ 04

2 જો $f(x) = \log\left(\frac{x}{x-1}\right)$ તો સાબિત કરો કે $f(a+1) + f(a) = \log\left(\frac{a+1}{a-1}\right)$. 03

Q-3 A સૂચના મુજબ કરો.

1 જો $y = \log\left(x + \sqrt{x^2 - a^2}\right)$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. 04

2 કિંમત શોધો: $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{4}{x^2 - 4} + \frac{1}{2 - x} \right]$ 03

B સૂચના મુજબ કરો.

1 જો $y = \log\left[\frac{\sin x}{1 + \cos x}\right]$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. 04

2 જો $y = \sec x \tan x$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. 03

OR

Q-3 A સૂચના મુજબ કરો.

1 કિંમત શોધો: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ 04

2 જો $x = at^2$, $y = 2at$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. 03

B સૂચના મુજબ કરો.

1 વિધેય $x \log y + y \log x = 0$ નું x ચલની સાપેક્ષે વિકલિત મેળવો. 04

2 કિંમત શોધો: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right]$ 03

Q-4 A સૂચના મુજબ કરો.

1 જો $y = \left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)^m$ તો સાબિત કરો કે $(x^2 + 1) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - m^2 y = 0$. 04

2 પદાર્થ કણના ગતિનું સમીકરણ $s(t) = 3t^3 + 2t^2 + t + 10$ હોય તો પદાર્થ કણનો $t = 2$ સેકન્ડ આગળ વેગ તથા પ્રવેગ મેળવો. 03

B સૂચના મુજબ કરો.

1 કિંમત શોધો: $\int \left(\frac{3^{x+2} \sin^2 x + \cos x}{\sin^2 x} \right) dx$ 04

2 કિંમત શોધો: $\int \left(\frac{x^3 + x^2 + 1}{\sqrt{x}} \right) dx$ 03

OR

Q-4 A સૂચના મુજબ કરો.

1 વિધેય $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$ ની મહત્તમ અને ન્યુનત્તમ કિંમત શોધો. 04

2 જો If $y = \sin x + x^4$ તો $\frac{d^4y}{dx^4}$ મેળવો. 03

B સૂચના મુજબ કરો.

1 કિંમત શોધો: $\int \sqrt{\frac{2-x}{x}} dx$

04

2 કિંમત શોધો: $\int \frac{x^3}{1+x^8} dx$

03

Q - 5

A સૂચના મુજબ કરો.

1 કિંમત શોધો: $\int_0^5 \frac{\sqrt{5-x}}{\sqrt{x} + \sqrt{5-x}} dx$

04

2 કિંમત શોધો: $\int x^2 \log x dx$

03

B સૂચના મુજબ કરો.

1 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b$) થી ઘેરાયેલા બંધપ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ સંકલનની રીતે શોધો.

04

2 કિંમત શોધો: $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

03

OR

Q - 5

A સૂચના મુજબ કરો.

1 કિંમત શોધો: $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$

04

2 કિંમત શોધો: $\int \sin x \cos^3 x dx$

03

B સૂચના મુજબ કરો.

1 કિંમત શોધો: $\int_{-5}^5 |x+2| dx$

04

2 'a' એકમ ત્રિજયવાળા ગોળાનું ઘનફળ સંકલનની રીતે શોધો.

03