

Seat No.: _____

Enrolment No._____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – • EXAMINATION – WINTER- 2016

Subject Code: 3320002

Date: 09/ 01/2017

Subject Name: Advanced Mathematics (Group-1)

Time: 02:30 PM TO 05:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt ALL questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)
5. English version is authentic.

Q.1	Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. 14			
1	If $x+4iy=xi+y+3$ then $(x,y)=\dots\dots\dots$	a.(1,4) b.(4,1) c.(2,1) d.(4,2)		
૧	જો $x+4iy=xi+y+3$ તો $(x,y)=\dots\dots\dots$	આ.(1,4) બા.(4,1) સ. (2,1) સા.(4,2)		
2	$\operatorname{Arg}(-1)=\dots\dots\dots$	a. π b. $-\pi$ c. 0 d. $\frac{\pi}{2}$		
૨	$\operatorname{Arg}(-1)=\dots\dots\dots$	આ. π બા. $-\pi$ સ. 0 સા. $\frac{\pi}{2}$		
3	The conjugate complex number of $\frac{2-i}{2+i}\dots\dots\dots$	a. $\frac{4+3i}{5}$ b. $\frac{4-3i}{5}$ c. $\frac{3+4i}{5}$ d. $\frac{3-4i}{5}$		
૩	$\frac{2-i}{2+i}$ ની અનુભવ્ય સંકરસંખ્યા.....	આ. $\frac{4+3i}{5}$ બા. $\frac{4-3i}{5}$ સ. $\frac{3+4i}{5}$ સા. $\frac{3-4i}{5}$		
4	If $z=\cos \theta + i \sin \theta$ then $z^3 + \frac{1}{z^3}=\dots\dots\dots$	a. $2\cos 3\theta$ b. $2i\cos 3\theta$ c. $2i \sin 3\theta$ d. $2 \sin 3\theta$		
૪	જો $z=\cos \theta + i \sin \theta$ તો $z^3 + \frac{1}{z^3}=\dots\dots\dots$	આ. $2\cos 3\theta$ બા. $2i\cos 3\theta$ સ. $2i \sin 3\theta$ સા. $2 \sin 3\theta$		
5	If $f(x)=\log_2 x$ then $f(2)=\dots\dots\dots$	a.0 b.1 c.4 d. None of these		
૫	જો $f(x)=\log_2 x$ તો $f(2)=\dots\dots\dots$	આ.0 બા.1 સ. 4 સા. કોઈપણ નહિએ		

- 6** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x+1}{x+1} = \dots$
- a. $\frac{3}{2}$ b. $\frac{2}{3}$ c. 1 d. .3
- 5** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x+1}{x+1} = \dots$
- Ans. $\frac{3}{2}$ Ans. $\frac{2}{3}$ S. 1 S. 3
- 7** If $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ then $\frac{dy}{dx} = \dots$
- a. $\sqrt{\frac{x}{y}}$ b. $-\sqrt{\frac{x}{y}}$ c. $\sqrt{\frac{y}{x}}$ d. $-\sqrt{\frac{y}{x}}$
- 9** യാം $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ എൽ $\frac{dy}{dx} = \dots$
- Ans. $\sqrt{\frac{x}{y}}$ Ans. $-\sqrt{\frac{x}{y}}$ S. $\sqrt{\frac{y}{x}}$ S. $-\sqrt{\frac{y}{x}}$
- 8** $\frac{d(x^3+3^x+3^3)}{dx} = \dots$
- a. $3x^2 + x \cdot 3^{x-1} + 3 \cdot 3^2$ b. $3x^2 + 3^x \log 3$ c. $3x^2 + 3^x$ d. None of these
- c** $\frac{d(x^3+3^x+3^3)}{dx} = \dots$
- Ans. $3x^2 + x \cdot 3^{x-1} + 3 \cdot 3^2$ Ans. $3x^2 + 3^x \log 3$ S. $3x^2 + 3^x$ S. കോപ്പണ നില
- 9** $\frac{d(\sec x)}{dx} = \dots$
- a. $\sec x \tan x$ b. $-\sec x \tan x$ c. $\cos x$ d. $-\cos x$
- e** $\frac{d(\sec x)}{dx} = \dots$
- Ans. $\sec x \tan x$ Ans. $-\sec x \tan x$ S. $\cos x$ S. $-\cos x$
- 10** If $f(x) = \log_e \sin x$ then $f'(\frac{\pi}{4}) = \dots$
- a. 1 b. -1 c. $\sqrt{2}$ d. $-\sqrt{2}$
- 10** യാം $f(x) = \log_e \sin x$ എൽ $f'(\frac{\pi}{4}) = \dots$
- Ans. 1 Ans. -1 S. $\sqrt{2}$ S. $-\sqrt{2}$
- 11** $\int \frac{1}{x^2+a^2} dx = \dots + C$
- a. $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a}$ b. $\frac{1}{a} \cot^{-1} \frac{x}{a}$ c. $\tan^{-1} \frac{x}{a}$ d. $\cot^{-1} \frac{x}{a}$
- 11** $\int \frac{1}{x^2+a^2} dx = \dots + C$
- Ans. $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a}$ Ans. $\frac{1}{a} \cot^{-1} \frac{x}{a}$ S. $\tan^{-1} \frac{x}{a}$ S. $\cot^{-1} \frac{x}{a}$
- 12** $\int_0^1 e^x dx = \dots$
- a. e b. e-1 c. 1-e d. None of these
- 12** $\int_0^1 e^x dx = \dots$
- Ans. e Ans. e-1 S. 1-e S. കോപ്പണ നില
- 13** The order and degree of $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 5y = 0$ are respectively

- | | |
|---|--|
| <p>a. 2 and 3
 ૧૩ $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 5y = 0$ are ની કક્ષા અને પરિમાણ
 અનુકૂળ.....</p> <p>અ. 2 અને 3
 ૧૪ Integrating factor of $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = e^x$ is.....</p> <p>a. x^2
 ૧૪ $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = e^x$ નો સંકલ્યકારક અવથવ.....</p> <p>અ. x^2
 બ. $2x$
 ચ. x</p> | <p>b. 3 and 2
 ૧૩ $c. 1$ and 2
 d. 2 and 1
 અ. 3 અને 2
 બ. 1 અને 2
 ચ. 2 અને 1
 d. None of these
 ડ. કોઈપણ નહિ</p> |
|---|--|

Q.2 (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. 06

1. Express $\frac{1+i}{1-i}$ into the form of $x+iy$
2. $\frac{1+i}{1-i}$ ને $x+iy$ નાં સ્વરૂપમાં દર્શાવો.
3. Simplify : $\frac{\cos 6\theta + i \sin 6\theta}{\cos 2\theta + i \sin 2\theta}$
4. સાંકુંડપ આપો : $\frac{\cos 6\theta + i \sin 6\theta}{\cos 2\theta + i \sin 2\theta}$
5. Express $1+\sqrt{3}i$ into modulus –amplitude form
6. $1+\sqrt{3}i$ ને માનાંક –કોણાંક સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. 08

1. Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$
2. મેળવો : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$
3. Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 2^x}{x}$
4. મેળવો : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 2^x}{x}$
5. If $f(x) = \frac{1}{1+x}$ then prove that $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 1$
6. જો $f(x) = \frac{1}{1+x}$ તો સાબિત કરો કે $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 1$

Q.3 (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. 06

1. Differentiate $\sin x$ with respect to x from the first principle of differentiation
2. Sinx જુદી x ની સાપેક્ષ વિકલન વિકલનનાં પ્રથમ સિદ્ધાતથી કરો
3. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \frac{a+b\cos x}{b+a\cos x}$
4. જો $y = \frac{a+b\cos x}{b+a\cos x}$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.
5. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \log(\sec x + \tan x)$
6. જો $y = \log(\sec x + \tan x)$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

(b) Attempt any two कोઇપણ બે ના જવાબ આપો. 08

1. Find $\frac{dy}{dx}$ if $x=a(1+\sin \theta)$ and $y=b(\theta - \cos \theta)$
2. જો $x=a(1+\sin \theta)$ અને $y=$ તો $b(\theta - \cos \theta) \frac{dy}{dx}$ મેળવો.
3. If $y=\log \sin x$ then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = 0$
4. જો $y=\log \sin x$ તો સાબિત કરોકે $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = 0$
5. Equation of a particle in a straight line is given by $S=2t^3-3t^2-12t+7$. Find s and t when $a=0$
6. સુરેખગતિ કરતા કણનું ગતિસૂત્ર $S=2t^3-3t^2-12t+7$ છે. જ્યારે $a=0$ ત્યારે s અને t મેળવો.

Q.4 **(a)** Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. 06

1. Evaluate: $\int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$
2. $\int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$ મેળવો.
3. Evaluate : $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$
4. $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$ મેળવો.
5. Evaluate : $\int x e^x dx$
6. $\int x e^x dx$ મેળવો

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. 08

1. Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$
2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$ મેળવો.
3. Evaluate : $\int_0^1 \frac{2}{1+x^2} dx$
4. $\int_0^1 \frac{2}{1+x^2} dx$ મેળવો.
5. Find the area of a region bounded by $y=3x^2$, x-axis and lines $x=-2$ and $x=2$
6. $y=3x^2$, x-અક્ષ અને રેખાઓ $x=-2$ અને $x=2$ થી ઘેરાયેલા ક્ષેત્રનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

Q.5 **(a)** Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. 06

1. If $f(x)=a^x$ then prove that $f(x+1)-f(x)=(a-1) f(x)$
2. જો $f(x)=a^x$ તો સાબિત કરોકે $f(x+1)-f(x)=(a-1) f(x)$
3. Solve : $x(1+y^2)dx-y(1+x^2)dy=0$
4. ઉકેલો : $x(1+y^2)dx-y(1+x^2)dy=0$
5. Verify that $y=\frac{a}{x}+b$ is a solution of $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} = 0$ Where a and b are arbitrary constants.

3. યકાસો કે $y = \frac{a}{x} + b$, $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} = 0$ નો ઉકેલ છે. જ્યાં a અને b સ્વેર અચળાંક છે.

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. Solve : $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y}{x+y}$

1. ઉકેલો : $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y}{x+y}$

2. Solve : $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = e^x$

2. ઉકેલો : $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = e^x$

3. Solve : $xydy = (x+1)(y-1)dx$

3. ઉકેલો : $xydy = (x+1)(y-1)dx$
