

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – II • EXAMINATION –WINTER 2016

Subject Code: 3320003

Date: 09/ 01/2017

Subject Name: Advanced Mathematics (Group-2)

Time: 02:30 PM TO 05:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt ALL questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)
5. English version is authentic.

- Q.1** Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**
- 1 The distance between the points $(-1, 2)$ and $(-7, 6)$ is
 (a) $13\sqrt{2}$ (b) $2\sqrt{13}$ (c) $4\sqrt{5}$ (d) $5\sqrt{4}$
 - 2 Slope of a line $2x - 3y + 5 = 0$ is
 (a) $\frac{2}{3}$ (b) $-\frac{2}{3}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $-\frac{3}{2}$
 - 3 Radius of a circle $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ is
 (a) $g^2 + f^2 - c$ (b) $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ (c) $\sqrt{g^2 + c^2 - f}$ (d) $\sqrt{f^2 + c^2 - g}$
 - 4 If $f(x) = \sin x$ then $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \dots$
 (a) $\cos x$ (b) $-\cos x$ (c) $\sin x$ (d) $-\sin x$
 - 5 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \dots$
 (a) -4 (b) 4 (c) 1 (d) 0
 - 6 $\frac{d(\tan x)}{dx} = \dots$
 (a) $\cos ec^2 x$ (b) $-\cos ec^2 x$ (c) $\sec^2 x$ (d) $-\sec^2 x$
 - 7 $\frac{d(\sin^2 x)}{dx} = \dots$
 (a) $\cos^2 x$ (b) $2 \sin x$ (c) $2 \sin x \cos x$ (d) $-2 \sin x \cos x$
 - 8 $\frac{d[\cos(2x + 3)]}{dx} = \dots$
 (a) $\sin(2x + 3)$ (b) $-\sin(2x + 3)$ (c) $2 \sin(2x + 3)$ (d) $-2 \sin(2x + 3)$
 - 9 The function $y = f(x)$ is maximum at (a, b) if at (a, b)
 (a) $\frac{d^2 y}{dx^2} > 0$ (b) $\frac{dy}{dx} < 0$ (c) $\frac{d^2 y}{dx^2} < 0$ (d) $\frac{dy}{dx} > 0$
 - 10 $\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \dots + c$

- (a) $\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$ (b) $\tan^{-1}\left(\frac{a}{x}\right)$ (c) $\frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{a}{x}\right)$ (d) $\frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$

11
$$\int_{-1}^1 x^6 dx = \dots$$

- (a) $-\frac{2}{7}$ (b) $\frac{7}{2}$ (c) $-\frac{7}{2}$ (d) $\frac{2}{7}$

- 12** Mode of observations 3,2,6.5,7,3,8,10,3,14 is.....
(a) 2 (b) 14 (c) 12 (d) 3

- 13** Mean of 3,5,2,6,5 is.....

- (a) 2 (b) $\frac{21}{5}$ (c) $\frac{5}{21}$ (d) 2

- 14** Mean deviation of n observations x_1, x_2, \dots, x_n using mean \bar{x} is.....

- (a) $n \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$ (b) $\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$ (c) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$ (d) $\sum_{i=1}^n \frac{|x_i - \bar{x}|}{n}$

Q.2 (a) Attempt any two

06

- Prove that (1,4), (4,5) and (5,8) are vertices of an isosceles triangle.
- Find the equation of a line passing through (1,2) and parallel to $2x-3y+1=0$
- Find the centre and radius of a circle $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$

(b) Attempt any two

08

- Point $P(x, y)$ is moving under the condition $PA^2 + PB^2 = 100$ where $A(3,4)$ $B(-3,-4)$. Find the equation of locus of a point P.
- If the lines $5x-my=3$ and $2x+3y=4$ are
 - parallel to each other, find m
 - perpendicular to each other, find m
- Find the equations of tangent and normal to the circle $2x^2 + 2y^2 + 3x - 4y + 1 = 0$ at (-1,2).

Q.3 (a) Attempt any two

06

- If $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ then prove that $f(y) = x$
- Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 2x - 3}$
- Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$

(b) Attempt any two

08

- Find the mean of the following grouped frequency distribution using short-cut Method.

Marks obtained	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50
No. of students	8	10	24	30	12	16

- Find the mode of the following grouped frequency distribution

Class	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
Frequency	5	9	11	13	10	7

- Find the standard deviation of the following grouped frequency distribution

Class	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
Frequency	5	8	15	16	6

- Q.4** (a) Attempt any two 06
1. Differentiate $\sin x$ with respect to x using first principle of differentiation
 2. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \frac{a + b \sin x}{b + a \sin x}$
 3. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \log(\sec x + \tan x)$
- (b) Attempt any two 08
1. Find $\frac{dy}{dx}$ if $x^2 + y^2 = 3xy$
 2. If $y = \log \sin x$ then prove that $y_2 + y_1^2 + 1 = 0$
 3. If the equation of a motion of a particle is $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$. Find s and a when $v=0$
- Q.5** (a) Attempt any two 06
1. Evaluate : $\int \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 dx$
 2. Evaluate : $\int \left(\frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2} \right) dx$
 3. Evaluate : $\int x \sin x dx$
- (b) Attempt any two 08
1. Evaluate : $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx$
 2. Evaluate : $\int_{-2}^2 x^5 (1-x^2)^{\frac{3}{2}} dx$
 3. Find the area of region bounded by $y = 3x^2$, $x = -2$, $x = 2$ and x-axis

પ્રશ્ન. ૧ યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પુરો.

(1) બિંદુઓ $(-1, 2)$ અને $(-7, 6)$ વચ્ચેનું અંતર
 (આ) $13\sqrt{2}$ (બ) $2\sqrt{13}$ (ગ) $4\sqrt{5}$ (સ) $5\sqrt{4}$

(2) રેખા $2x - 3y + 5 = 0$ નો ફાળ

(આ) $\frac{2}{3}$ (બ) $-\frac{2}{3}$ (ગ) $\frac{3}{2}$ (સ) $-\frac{3}{2}$

(3) વર્તુળ $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ની ક્રિજયા.....

(આ) $g^2 + f^2 - c$ (બ) $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ (ગ) $\sqrt{g^2 + c^2 - f}$ (સ) $\sqrt{f^2 + c^2 - g}$

(4) જો $f(x) = \sin x$ તો $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$

(આ) $\cos x$ (બ) $-\cos x$ (ગ) $\sin x$ (સ) $-\sin x$ એ

(5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} =$

(આ) -4 (બ) 4 (ગ) 1 (સ) 0

(6) $\frac{d(\tan x)}{dx} =$

(આ) $\cos ec^2 x$ (બ) $-\cos ec^2 x$ (ગ) $\sec^2 x$ (સ) $-\sec^2 x$

(7) $\frac{d(\sin^2 x)}{dx} =$

(આ) $\cos^2 x$ (બ) $2 \sin x$ (ગ) $2 \sin x \cos x$ (સ) $-2 \sin x \cos x$

(8) $\frac{d[\cos(2x + 3)]}{dx} =$

(આ) $\sin(2x + 3)$ (બ) $-\sin(2x + 3)$ (ગ) $2 \sin(2x + 3)$ (સ) $-2 \sin(2x + 3)$

(9) વિઘેય $y = f(x)$, (a, b) આવાળ મહત્વ જો (a, b) આવાળ.....

(આ) $\frac{d^2 y}{dx^2} > 0$ (બ) $\frac{dy}{dx} < 0$ (ગ) $\frac{d^2 y}{dx^2} < 0$ (સ) $\frac{dy}{dx} > 0$

(10) $\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = + c$

(આ) $\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$ (બ) $\tan^{-1}\left(\frac{a}{x}\right)$ (ગ) $\frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{a}{x}\right)$ (સ) $\frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$

(11) $\int_{-1}^1 x^6 dx$

(અ) $-\frac{2}{7}$ (બ) $\frac{7}{2}$ (ગ) $-\frac{7}{2}$ (સ) $\frac{2}{7}$

(12) 3,2,6.5,7,3,8,10,3,14 નો બહુલક.....

(અ) 2 (બ) 14 (ગ) 12 (સ) 3

(13) 3,5,2,6,5 નો મધ્યક

(અ) 21 (બ) $\frac{21}{5}$ (ગ) $\frac{5}{21}$ (સ) 2

(14.) x_1, x_2, \dots, x_n અવલોકનોનું મધ્યક નો ઉપયોગ કરી સરેરાશ વિચલન

$$(અ) n \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \quad (બ) \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \quad (ગ) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \quad (સ) \sum_{i=1}^n \frac{|x_i - \bar{x}|}{n}$$

પ્રશ્ન. ૨ અ કોઈપણ બે ગણો

6

(1) સાબિત કરો કે (1,4), (4,5) અને (5,8) સમક્રિયાજી ત્રિકોણ નાં શિરોબિંદુઓ છે.

(2) (1,2) માંથી પસાર થતી તેમજ રેખા $2x-3y+1=0$ ને સમાતર આવેલી રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

(3) વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$ ત્રિજયા અને કેન્દ્ર મેળવો.

બ કોઈપણ બે ગણો.

8

(1) બિંદુ $p(x, y)$ એવી રીતે ગતિ કરે છે કે જેથી $PA^2 + PB^2 = 100$ જ્યાં A(3,4) B(-3,-4). P ના બિંદુપથ નું સમીકરણ મેળવો.

(2) જો રેખાઓ $5x-my=3$ અને $2x+3y=4$

(i) પરસ્પર સમાતર હોયતો m શોધો.

(ii) પરસ્પર લંબ હોયતો m શોધો

(3) વર્તુળ $2x^2 + 2y^2 + 3x - 4y + 1 = 0$ પરનાં બિંદુ (-1,2) આગળનાં સ્પર્શક તેમજ અભિલંબનાં સમીકરણ મેળવો

પ્રશ્ન. ૩ અ કોઈપણ બે ગણો

6

(1) જો $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ તો સાબિત કરો કે $f(y) = x$

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 2x - 3}$ મેળવો

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$ મેળવો

બ કોઈપણ બે ગણો

8

(1) શોટ્કટ પણ્ટથી મધ્યક મેળવો

વર્ગ	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50
------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

આવૃત્તિ	8	10	24	30	12	16
---------	---	----	----	----	----	----

(2) બહુલક મેળવો

વર્ગ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
આવૃત્તિ	5	9	11	13	10	7

(3) પ્રમાણિત વિચલન મેળવો

વર્ગ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
આવૃત્તિ	5	8	15	16	6

પ્રશ્ન. 4 અ કોઈપણ બે ગણો

6

(1) $\sin x$ નું વિકલન નાં પ્રથમ સિદ્ધાંત થી x ની સાપેક્ષ વિકલન કરો.

(2) જો $y = \frac{a + b \sin x}{b + a \sin x}$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

(3) જો $y = \log(\sec x + \tan x)$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

બ કોઈપણ બે ગણો

8

(1) જો $x^2 + y^2 = 3xy$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

(2) જો $y = \log \sin x$ તો સાબિત કરો કે $y_2 + y_1^2 + 1 = 0$

(3) કણ નું ગતિસુત્ર $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$. જ્યારે $v=0$ ત્યારે s અને a મેળવો.

પ્રશ્ન. 5 અ કોઈપણ બે ગણો

6

(1) $\int \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 dx$ મેળવો

(2) $\int \left(\frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2} \right) dx$ મેળવો.

(3) $\int x \sin x dx$ મેળવો.

બ કોઈપણ બે ગણો

8

(1) $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ મેળવો.

(2) $\int_{-2}^2 x^5 (1-x^2)^{\frac{3}{2}} dx$ મેળવો.

(3) વક $y = 3x^2$, $x = -2, x = 2$ અને x -અક્ષથી બનતા ક્ષેત્રનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.