

**GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY****Diploma Engineering - SEMESTER-I & II • EXAMINATION – WINTER 2013****Subject Code: 310034****Date: 02-01-2014****Subject Name: Mathematics-I****Time: 10:30 am - 01:00 pm****Total Marks: 70****Instructions:**

1. Attempt ALL questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)
5. English version is authentic.

<b>Q.1</b>	<b>(a)</b>	Fill in the blanks	<b>07</b>
1		$\log 1 \cdot \log 2 \cdot \log 3 \cdot \log 4 = \dots$	
2		If $c_5 = c_4^n$ then $n = \dots$	
3		If $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ then $\text{adj}(A) = \dots$	
4		$\sin^2 35 + \sin^2 55 = \dots$	
5		The period of $\sin(2x) = \dots$	
6		$\bar{a} \cdot (\bar{b} \times \bar{a}) = \dots$	
7		$\sin^{-1} \left( \cos \frac{\pi}{3} \right) = \dots$	
	<b>(b)</b>	Do as directed	
1.		Insert Five Geometric means between 320 and 5	<b>04</b>
2.		Prove that $\log \left[ \sqrt{x^2 + 1} + x \right] + \log \left[ \sqrt{x^2 + 1} - x \right] = 0$	<b>03</b>
<b>Q.2</b>	<b>(a)</b>	Do as directed	
1.		Prove that $\frac{1}{\log_{xy}(xyz)} + \frac{1}{\log_{yz}(xyz)} + \frac{1}{\log_{zx}(xyz)} = 2$	<b>04</b>
2.		Find the sum $1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 2187$	<b>03</b>
	<b>(b)</b>	Do as directed	
1.		Find the sum of the first n terms of the series $9 + 99 + 999 + \dots$	<b>04</b>
2.		Find the fifth term in the expansion of $(x-y)^{16}$	<b>03</b>
		OR	
	<b>(b)</b>	Do as directed	
1.		Find the Middle term in the expansion of $\left( 2x^2 + \frac{1}{3x} \right)^6$	<b>04</b>
2.		Find approximate value of $\sqrt{102}$ using binomial theorem	<b>03</b>
<b>Q.3</b>	<b>(a)</b>	Do as directed	
1.		Find inverse of $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	<b>04</b>
2.		If $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ Find $2A - 3B$	<b>03</b>

- (b)** Do as directed
- Find unit vector Perpendicular to  $\bar{a} = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$  and  $\bar{b} = 2\bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$  04
  - If  $\bar{a} = (3, -2, 1)$   $\bar{b} = (2, -4, -3)$  and  $\bar{c} = (-1, 2, 1)$  then find  $|2\bar{a} - 3\bar{b} - 5\bar{c}|$  03
- OR
- Q.3** **(a)** Do as directed
- If  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  find  $A^2 - 5A + 7I$  04
  - Solve  $3x + 2y = 5$  and  $2x - y = 1$  using Matrix Method 03
- (b)** Do as directed
- Prove that angle between two vectors  $\bar{i} + 2\bar{j}$  and  $\bar{i} + \bar{j} + 3\bar{k}$  is  $\sin^{-1} \sqrt{\frac{46}{55}}$  04
  - Forces  $(1, 2, 3), (-1, 2, 3)$  and  $(-1, 2, -3)$  act on a particles and the particle moves from the point  $(0, 1, -2)$  to  $(-1, 3, 2)$  find work done by the forces 03
- Q.4** **(a)** Do as directed
- Find the value of : 
$$\frac{\sin(\pi + \theta)}{\sin(2\pi - \theta)} + \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}{\cot(\pi - \theta)} + \frac{\cos(2\pi + \theta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}$$
 04
  - Prove that : 
$$\frac{\tan A + \tan B}{\cot A + \cot B} = \tan A \cdot \tan B$$
 03
- (b)** Do as directed
- Prove that 
$$\frac{1 + \sin 2\theta - \cos 2\theta}{1 + \sin 2\theta + \cos 2\theta} = \tan \theta$$
 04
  - For any  $\Delta ABC$  Prove that  $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$  03
- OR
- Q.4** **(a)** Do as directed
- Prove that : 
$$\tan \frac{\pi}{20} \cdot \tan \frac{3\pi}{20} \cdot \tan \frac{5\pi}{20} \cdot \tan \frac{7\pi}{20} \cdot \tan \frac{9\pi}{20} = 1$$
 04
  - Prove that: 
$$\tan^{-1}(\alpha) + \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7\pi}{6}$$
 03
- (b)** Do as directed
- Prove that 
$$\frac{\sin 3A}{\sin A} - \frac{\cos 3A}{\cos A} = 2$$
 04
  - Prove that 
$$4 \sin \theta \cos^3 \theta - 4 \sin^3 \theta \cos \theta = \sin 4\theta$$
 03
- Q.5** **(a)** Do as directed
- Draw the Graph of  $y = \sin x$   $0 \leq x \leq \pi$  04
  - In usual notation for  $\Delta ABC$  Prove that  $a = b \cos C + c \cos B$  03
- (b)** Do as directed
- Prove that  $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ = \frac{1}{16}$  04
  - For  $\Delta ABC$   $a = 4, b = 5, c = 6$  find  $\Delta, R, r$  03
- OR
- Q.5** **(a)** Do as directed
- Draw the Graph of  $y = \cos x$   $0 \leq x \leq \pi$  04

2. In usual notations for acute angle  $\Delta ABC$  Prove that  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$  03
- (b) Do as directed
1. Solve  $\Delta ABC : A = 30^\circ, B = 90^\circ, a = 8\text{cm}$ . 04
  2. Prove that  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$  03

\*\*\*\*\*

**Q.1 (a)** ખાલી જગ્યા પૂરો. 07

1.  $\log 1.\log 2.\log 3.\log 4 = \dots$
2. જો  ${}^n c_5 = {}^n c_4$  તો  $n = \dots$
3. જો  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$  તો  $\text{adj}(A) = \dots$
4.  $\sin^2 35 + \sin^2 55 = \dots$
5.  $\sin(2x)$  નું અવર્તમાન =  $\dots$
6.  $\bar{a}.(\bar{b} \times \bar{a}) = \dots$
7.  $\sin^{-1}\left(\cos\frac{\pi}{3}\right) = \dots$

(b) સૂચના મુજબ કરો.

1. 320 એને 5 વચ્ચે પાંચ સમગુણોત્તર મધ્યક ગોઠવો 04
2. સાબિત કરોકે  $\log\left[\sqrt{x^2+1} + x\right] + \log\left[\sqrt{x^2+1} - x\right] = 0$  03

**Q.2 (a)** સૂચના મુજબ કરો

1. સાબિત કરો કે  $\frac{1}{\log_{xy}(xyz)} + \frac{1}{\log_{yz}(xyz)} + \frac{1}{\log_{zx}(xyz)} = 2$  04
2.  $1+3+9+27+\dots+2187$  નો સરવાળો કરો 03

(b) સૂચના મુજબ કરો

1. શ્રેઢી  $9+99+999+\dots$  ના પ્રથમ  $n$  પદો નો સરવાળો શોધો 04
2.  $(x-y)^{16}$  ના વિસ્તરણ નું પાંચમું પદ શોધો. 03

OR

(b) સૂચના મુજબ કરો

1.  $\left(2x^2 + \frac{1}{3x}\right)^6$  ના વિસ્તરણ માં મધ્યમ પદ મેળવો. 04
2. દ્વિપદી પ્રમેય ની મદદથી  $\sqrt{102}$  નું આસન્ન મુલ્ય મેળવો. 03

**Q.3 (a)** સૂચના મુજબ કરો

1.  $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  નો વ્યસ્ત શ્રેણીક મેળવો 04
2. જો  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$  અને  $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  હોય તો  $2A - 3B$  શોધો 03

- (b) સૂચના મુજબ કરો**
1.  $\bar{a} = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$  અને  $\bar{b} = 2\bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$  ને લંબ એકમ સદિશ મેળવો. 04
  2. જો  $\bar{a} = (3, -2, 1)$   $\bar{b} = (2, -4, -3)$  અને  $\bar{c} = (-1, 2, 1)$  તો  $|2\bar{a} - 3\bar{b} - 5\bar{c}|$  શોધો. 03
- OR
- Q.3 (a) સૂચના મુજબ કરો**
1. જો  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  તો  $A^2 - 5A + 7I$  શોધો. 04
  2. શ્રેણીક નો ઉપયોગ કરી  $3x + 2y = 5$  અને  $2x - y = 1$  ઉકેલો. 03
- (b) સૂચના મુજબ કરો**
1. સદિશો  $\bar{i} + 2\bar{j}$  અને  $\bar{i} + \bar{j} + 3\bar{k}$  વચ્ચે નો ખૂણો  $\sin^{-1} \sqrt{\frac{46}{55}}$  છે એમ સાથે કરો. 04
  2. બજો  $(1, 2, 3), (-1, 2, 3)$  અને  $(-1, 2, -3)$  ની અસરથી કણ બિંદુ  $(0, 1, -2)$  થી  $(-1, 3, 2)$  સુધી જાયછે. તો બજોથી થયેલ કાર્ય શોધો. 03
- Q.4 (a) સૂચના મુજબ કરો**
1. કુંમત શોધો : 
$$\frac{\sin(\pi + \theta)}{\sin(2\pi - \theta)} + \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}{\cot(\pi - \theta)} + \frac{\cos(2\pi + \theta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}$$
 04
  2. સાબિત કરો : 
$$\frac{\tan A + \tan B}{\cot A + \cot B} = \tan A \cdot \tan B$$
 03
- (b) સૂચના મુજબ કરો**
1. સાબિત કરો : 
$$\frac{1 + \sin 2\theta - \cos 2\theta}{1 + \sin 2\theta + \cos 2\theta} = \tan \theta$$
 04
  2. કોઈ પણ  $\Delta ABC$  માટે સાબિત કરો કે  $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$  03
- OR
- Q.4 (a) સૂચના મુજબ કરો**
1. સાબિત કરો : 
$$\tan \frac{\pi}{20} \cdot \tan \frac{3\pi}{20} \cdot \tan \frac{5\pi}{20} \cdot \tan \frac{7\pi}{20} \cdot \tan \frac{9\pi}{20} = 1$$
 04
  2. સાબિત કરો : 
$$\tan^{-1}(\alpha) + \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7\pi}{6}$$
 03
- (b) સૂચના મુજબ કરો**
1. સાબિત કરો : 
$$\frac{\sin 3A}{\sin A} - \frac{\cos 3A}{\cos A} = 2$$
 04
  2. સાબિત કરો: 
$$4 \sin \theta \cos^3 \theta - 4 \sin^3 \theta \cos \theta = \sin 4\theta$$
 03
- Q.5 (a) સૂચના મુજબ કરો**
1.  $y = \sin x$   $0 \leq x \leq \pi$  નો આલેખ દોરો 04
  2. પ્રચલિત સંકેતમાં  $\Delta ABC$  માટે સાબિત કરો કે  $a = b \cos C + c \cos B$  03

**(b) સૂચના મુજબ કરો**

1. સાબિત કરો :  $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ = \frac{1}{16}$
2.  $\Delta ABC$  માટે  $a = 4, b = 5, c = 6$  તો  $\Delta, R, r$  શોધો.

OR

**Q.5 (a) સૂચના મુજબ કરો**

1.  $y = \cos x$   $0 \leq x \leq \pi$  નો આલોખ દોરો.
2. પ્રયાલિત સંકેતમાં લઘુકોણ અનુસારે  $\Delta ABC$  માટે સાબિત કરોકે  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

**(b) સૂચના મુજબ કરો**

1.  $\Delta ABC$  માં  $A = 30^\circ, B = 90^\circ, a = 8\text{cm}$ . હોથતો  $\Delta ABC$  ઉકેલો
2. સાબિત કરો :  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$

\*\*\*\*\*