

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY**Diploma Engineering - SEMESTER-I & II • EXAMINATION – WINTER 2013****Subject Code: 320001****Date: 27-12-2013****Subject Name: Mathematics - II****Time: 10:30 am - 01:00 pm****Total Marks: 70****Instructions:**

1. Attempt all questions.
2. Make suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Each question carry equal marks (14 marks)
5. English version is Authentic.
6. Use of programmable calculator is prohibited.

Q.1 (a) Fill in the blanks: 07

- (1) A(7,5) and B(2,4) then $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (2) Slope of a line $2x - 3y + 6 = 0$ is $\underline{\hspace{2cm}}$.
 (3) Centre of the circle $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 15 = 0$ is $\underline{\hspace{2cm}}$.

$$(4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(5) \frac{d}{dx}(\sec^2 x - \tan^2 x) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(6) \int (\tan x + \sec^2 x) e^x dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(7) \int_2^5 x^3 dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(b) Do as directed:

- (1) In ΔABC if $A(-1,3)$, $B(-1,x)$, $C(4,3)$ and $m\angle B = 90^\circ$ then find x . **04**
 (2) If $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$ then prove that $f(x) + f(-x) = f(x^2)$ **03**

Q.2 (a) Do as directed: 07

- (1) If $A(3,4)$ and $B(-3,-4)$ then find the equation of locus of a point $P(x,y)$ such that $PA^2 + PB^2 = 100$. **04**
 (2) If $A(5,4)$ and $B(-2,0)$ then find the equation of perpendicular bisector of \overline{AB} . **03**

(b) Do as directed:

- (1) Find the equation of a circle passing through the points $A(4,0)$, $B(0,4)$ and $C(0,0)$. **04**
 (2) Find the equation of a line passing through the point $(3,3)$ and parallel to the line $3x + 5y + 1 = 0$. **03**

OR**(b) Do as directed:**

- (1) Find the equations of tangent and normal to the circle $x^2 + y^2 - 2y - 7 = 0$ at a point $(2,3)$. **04**
 (2) Find the equation of a line perpendicular to the line $4x - 5y + 6 = 0$ and passing through the midpoint of the line segment joining the points $(3,7)$ and $(-1,5)$. **03**

Q.3 (a) Do as directed:

(1) Evaluate: $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}{\theta}$ 04

(2) Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - 5x + 3}$ 03

(b) Do as directed:

(1) Find the derivative of $\sin x$ using definition. 04

(2) Evaluate: $\int \frac{(1-5x)^2}{x^3} dx$ 03

OR

Q.3 (a) Do as directed:

(1) Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x}$ 04

(2) Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2x}{3}\right)^{\frac{5}{x}}$ 03

(b) Do as directed:

(1) Find the derivative of $x \sin x$ using definition. 04

(2) Evaluate: $\int \frac{4+3\cos x}{\sin^2 x} dx$ 03

Q.4 (a) Do as directed:

(1) If $x = a \sin \theta$ and $y = a(1 + \cos \theta)$ then find $\frac{dy}{dx}$ 04

(2) If $y = \log(x + \sqrt{x^2 + a^2})$ then find $\frac{dy}{dx}$ 03

(b) Do as directed:

(1) Find the maximum and minimum values of $f(x) = x^3 - 3x + 11$ 04

(2) If $y = \log \sin x$ then prove that $\frac{d^2 y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = 0$ 03

OR

Q.4 (a) Do as directed:

(1) If $y = e^{\sin x} \sec 2x$ then find $\frac{dy}{dx}$ 04

(2) If $y = \sin(x + y)$ then find $\frac{dy}{dx}$ 03

(b) Do as directed:

(1) The equation of motion of a particle is $s = t^3 - 6t^2 + 9t$. Find t and s at $v = 0$. 04

(2) If $y = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$ then prove that $(1 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} = 0$ 03

Q.5 (a) Do as directed:

(1) Evaluate: $\int x e^{2x} dx$ 04

(2) Evaluate: $\int \frac{2x+1}{(x+1)(x-3)} dx$ 03

(b) Do as directed:

(1) Evaluate: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec x}{\sec x + \operatorname{cosec} x} dx$ 04

(2) Find the area bounded by the curve $x^2 + y^2 = r^2$. 03

OR

Q.5 (a) Do as directed:

(1) Evaluate: $\int x \sin x dx$

04

(2) Evaluate: $\int \cos 5x \cos 3x dx$

03

(b) Do as directed:

(1) Evaluate: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log(\tan x) dx$

04

(2) Find the area bounded by the curve $y = x^2 - 7x + 10$ and x-axis.

03

ગુજરાતી

Q.1 (a) ખાતી જવા પુરો:

07

(1) A(7,5) અને B(2,4) તો AB = _____.

(2) રેખા $2x - 3y + 6 = 0$ નો ફાળ _____ છે.

(3) વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 15 = 0$ નું કેન્દ્ર _____ છે.

(4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = _____.$

(5) $\frac{d}{dx} (\sec^2 x - \tan^2 x) = _____.$

(6) $\int (\tan x + \sec^2 x) e^x dx = _____.$

(7) $\int_2^5 x^3 dx = _____.$

(b) માર્ગા મુજબ કરો:

(1) ΔABC માં A(-1,3), B(-1,x), C(4,3) અને $m\angle B = 90^\circ$ તો x શોધો..

04

(2) જો $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$ તો સાબિત કરો કે $f(x) + f(-x) = f(x^2)$

03

Q.2 (a) માર્ગા મુજબ કરો:

(1) જો A(3,4) અને B(-3,-4) તો $PA^2 + PB^2 = 100$ થાય તેવા બિંદુ P(x,y) ના બિંદુગણનું સમીકરણ શોધો.

04

(2) જો A(5,4) અને B(-2,0) તો \overline{AB} ના લંબદ્વિભાજક નું સમીકરણ શોધો.

03

(b) માર્ગા મુજબ કરો:

(1) બિંદુઓ A(4,0), B(0,4) અને C(0,0) માંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો.

04

(2) બિંદુ (3,3) માંથી પસર થતી અને રેખા $3x + 5y + 1 = 0$ ને સમાતર રેખાનું સમીકરણ શોધો.

03

અથવા

- (b) માગ્યા મુજબ કરો:
- (1) વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2y - 7 = 0$ ના(2,3) બિંદુએ સ્પર્શક અને અભિલંઘના **04**
સમીકરણ શોધો.
 - (2) બિંદુઓ (3,7) અને (-1,5) ને જોડતા રેખખંડના મધ્યબિંદુ માંથી પસાર
થતી અને રેખા $4x - 5y + 6 = 0$ ને લંબ હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ
શોધો.

- Q.3 (a)** માગ્યા મુજબ કરો:
- (1) કિંમત શોધો: $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\cosec \theta - \cot \theta}{\theta}$ **04**
 - (2) કિંમત શોધો: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - 5x + 3}$ **03**
- (b) માગ્યા મુજબ કરો:
- (1) વ્યાખ્યાની મદદથી $\sin x$ નું વિકલિત મળવો. **04**
 - (2) કિંમત શોધો: $\int \frac{(1-5x)^2}{x^3} dx$ **03**

અથવા

- Q.3 (a)** માગ્યા મુજબ કરો:
- (1) કિંમત શોધો: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x}$ **04**
 - (2) કિંમત શોધો: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2x}{3}\right)^{\frac{5}{x}}$ **03**
- (b) માગ્યા મુજબ કરો:
- (1) વ્યાખ્યાની મદદથી $x \sin x$ નું વિકલિત મળવો. **04**
 - (2) કિંમત શોધો: $\int \frac{4+3\cos x}{\sin^2 x} dx$ **03**

- Q.4 (a)** માગ્યા મુજબ કરો:
- (1) જો $x = a \sin \theta$ અને $y = a(1 + \cos \theta)$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. **04**
 - (2) જો $y = \log(x + \sqrt{x^2 + a^2})$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો **03**

- (b) માગ્યા મુજબ કરો:
- (1) $f(x) = x^3 - 3x + 11$ નાં મહત્તમ અને ન્યુનતમ મુલ્યો મેળવો. **04**
 - (2) જો $y = \log(\sin x)$ તો સાબિત કરો કે $\frac{d^2 y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = 0$ **03**

અથવા

- Q.4 (a)** માગ્યા મુજબ કરો:
- (1) જો $y = e^{\sin x} \sec 2x$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો **04**

(2) જો $y = \sin(x+y)$ તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો 03

(b) માર્ગયા મુજબ કરો:

(1) એક કણની ગતિનું સમીકરણ $s = t^3 - 6t^2 + 9t$ છે. તો $v=0$ હોય
ત્યારે t અને s શોધો. 04

(2) જો $y = \log\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$ તો સાબિત કરો કે $(1+x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} = 0$ 03

Q.5 (a) માર્ગયા મુજબ કરો:

(1) કિંમત શોધો: $\int x e^{2x} dx$ 04

(2) કિંમત શોધો: $\int \frac{2x+1}{(x+1)(x-3)} dx$ 03

(b) માર્ગયા મુજબ કરો:

(1) કિંમત શોધો: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec x}{\sec x + \operatorname{cosec} x} dx$ 04

(2) વક્ષ $x^2 + y^2 = r^2$ વડે ઘેરાયેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો. 03

અથવા

Q.5 (a) માર્ગયા મુજબ કરો:

(1) કિંમત શોધો: $\int x \sin x dx$ 04

(2) કિંમત શોધો: $\int \cos 5x \cos 3x dx$ 03

(b) માર્ગયા મુજબ કરો:

(1) કિંમત શોધો: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log(\tan x) dx$ 04

(2) વક્ષ $y = x^2 - 7x + 10$ અને X -અક્ષ વડે ઘેરાયેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો. 03
