Seat No.: _____ Enrolment No._____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering - SEMESTER–I • EXAMINATION – WINTER • 2014

Subject Code: 310034 **Date: 22-12-2014**

Subject Name: Mathematics-I

Time: 02:30 pm - 05:00 pm **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt ALL questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible.** (Scientific/Higher Version not allowed)
5. **English version is authentic.**

Q.1 (a) Fill in the blanks **07**

1 $\log_7 49 =$ ----------

2 No. of terms in the expansion of $(x+y)^{10} =$ --------

3 If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ then $adj(A) =$ ----------

4 $\sin^2 35 + \cos^2 35 =$ ----------

5 The period of $\sin(2x) =$ ---------

6 $(2i + j - k).(i - 3j + 2k) =$ --------

7 $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x =$ ----------

(b) Do as directed

1 For an A.P. $T_3 = 21, T_{21} = 3$ find T_{24} **04**

2 Prove that $\dfrac{1}{\log_3 6} + \dfrac{1}{\log_2 6} = 1$ **03**

Q.2 (a) Do as directed

1 Prove that $\dfrac{1}{\log_{ab} abc} + \dfrac{1}{\log_{bc} abc} + \dfrac{1}{\log_{ca} abc} = 2$ **04**

2 Find the sum of first n terms of the series 5+55+555+--------- **03**

(b) Do as directed

1 Find the constant term in the expansion of $\left(x^2 - \dfrac{2}{x^2}\right)^8$ **04**

2 Find middle term in the expansion of $(1+x)^{2n}$ **03**

OR

(b) Do as directed

1 Expand $(1-x)^{\frac{1}{2}}$ up two first four terms **04**

2 Find the approximate value of $\sqrt[3]{126}$ using binomial theorem **03**

Q.3 (a) Do as directed

1 If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ then show that $A^2 - 5A = 2I$ **04**

2 If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ then find AB **03**

(b) Do as directed

1 If $\bar{a} = 2\bar{i} - 3\bar{j} + 4\bar{k}$ and $\bar{b} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$ find unit vector perpendicular to both $\bar{a} + \bar{b}$ and $\bar{a} - \bar{b}$ **04**

2 For what value of p the vectors $2\bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}$ and $p\bar{i} - \bar{j} + 3\bar{k}$ are mutualy perpendicular **03**

OR

Q.3 (a) Do as directed

1 If $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ then prove that $adj(A) = A$ **04**

2 Solve $2x - y = 4$ and $3x + y = 1$ using matrix method **03**

(b) Do as directed

1 Prove that angle between two vectors $\bar{i} + 2\bar{j}$ and $\bar{i} + \bar{j} + 3\bar{k}$ is $\sin^{-1}\sqrt{\frac{46}{55}}$ **04**

2 Constant forces $3\bar{i} + 2\bar{k} - \bar{j}$ and $\bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}$ acting on a particle displace it from the point $2\bar{i} + 3\bar{j} + \bar{k}$ to the point $5\bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$ find out total work done by the force **03**

Q. 4 (a) Do as directed

1 Prove that $\dfrac{\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)}{\cos(\theta - \pi)} + \dfrac{\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\cot(\pi - \theta)} + \dfrac{\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}{\sec(\pi + \theta)} = -1$ **04**

2 Prove that $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta \sin^2\theta$ **03**

(b) Do as directed

1 Prove that $\tan(55^\circ) = \dfrac{\cos(10^\circ) + \sin(10^\circ)}{\cos(10^\circ) - \sin(10^\circ)}$ **04**

2 Prove that $\dfrac{1 + \sin\theta - \cos\theta}{1 + \sin\theta + \cos\theta} = \tan\left(\dfrac{\theta}{2}\right)$ **03**

OR

Q. 4 (a) Do as directed

1 Find the value of $\sin^2\frac{\pi}{4} + \sin^2\frac{3\pi}{4} + \sin^2\frac{5\pi}{4} + \sin^2\frac{7\pi}{4}$ **04**

2 Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$ **03**

(b) Do as directed

1 Prove that $\cos(20^\circ) + \cos(60^\circ) + \cos(100^\circ) + \cos(140^\circ) = \frac{1}{2}$ **04**

2 Prove that $4\sin 2A \sin(60 + 2A)\sin(60 - 2A) = \sin 6A$ **03**

Q. 5 (a) Do as directed

1 Draw the Graph of $y = \cos x \;\; 0 \le x \le \pi$ **04**

2 In usual notation for acute angled ΔABC prove that $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$ **03**

(b) Do as directed

1 In ΔABC $a = 4, b = 5, c = 6$ find $\Delta, R\, and\, r$ **04**

2 Prove that $8\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = 1$ **03**

OR

Q. 5 (a) Do as directed

1 Draw the Graph of $y = \sin x \;\; 0 \le x \le \pi$ **04**

2 In usual notation prove that $\Delta = r \cdot s$ **03**

(b) Do as directed

1 Solve ΔABC in which $A = 30^\circ, b = \sqrt{3}$ *and* $c = 2$ **04**

2 For ΔABC $a = 7, b = 4\sqrt{3}, c = \sqrt{13}$ then find smallest angle of triangle **03**

****

ગુજરાતી

પ્રશ્ન. ૧ **અ** ખાલી જગ્યા પૂરો **07**

1 $\log_7 49 =$ ----------

2 $(x+y)^{10}$ ના વિસ્તરણ માં પદો ની સંખ્યા = ------

3 જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ તો $adj(A) =$ ----------

4 $\sin^2 35 + \cos^2 35$ = -------

5 $\sin(2x)$ નું આવર્તમાન = ------

6 $(2i + j - k).(i - 3j + 2k)$ = ------

7 $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x$ = -------

બ સૂચના મુજબ કરો

1 સમાંતર શ્રેણી માટે $T_3 = 21, T_{21} = 3$ હોય તો T_{24} શોધો. **04**

2 સાબિત કરો : $\dfrac{1}{\log_3 6} + \dfrac{1}{\log_2 6} = 1$ **03**

પ્રશ્ન. ૨ **અ** સૂચના મુજબ કરો

1 સાબિત કરો : $\dfrac{1}{\log_{ab} abc} + \dfrac{1}{\log_{bc} abc} + \dfrac{1}{\log_{ca} abc} = 2$ **04**

2 5+55+555+--------- ના n પદો નો સરવાળો શોધો. **03**

બ સૂચના મુજબ કરો

1 $\left(x^2 - \dfrac{2}{x^2}\right)^8$ ના વિસ્તરણ માં અચળપદ શોધો. **04**

2 $(1+x)^{2n}$ ના વિસ્તરણ માં મધ્યમ પદ શોધો **03**

અથવા

બ સૂચના મુજબ કરો

1 $(1-x)^{\frac{1}{2}}$ નું પ્રથમ ચાર પદ સુધી વિસ્તરણ કરો. **04**

2 દ્વિપદી પ્રમેય નો ઉપયોગ કરી $\sqrt[3]{126}$ નું આસન્ન મુલ્ય મેળવો. **03**

પ્રશ્ન. ૩ **અ** સૂચના મુજબ કરો

1 જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો બતાવો કે $A^2 - 5A = 2I$ **04**

2 જો $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ અને $B=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 1 & -2\end{bmatrix}$ હોય તો AB શોધો. **03**

બ સૂચના મુજબ કરો

1 જો $\bar{a}=2\bar{i}-3\bar{j}+4\bar{k}$ અને $\bar{b}=\bar{i}-\bar{j}+\bar{k}$ તો $\bar{a}+\bar{b}$ અને $\bar{a}-\bar{b}$ ને લંબ એકમ સદિશ શોધો. **04**

2 P ની કઇ કિંમત માટે સદિશો $2\bar{i}+3\bar{j}-\bar{k}$ અને $p\bar{i}-\bar{j}+3\bar{k}$ પરસ્પર લંબ થાય **03**

અથવા

પ્રશ્ન. ૩ અ સૂચના મુજબ કરો

1 જો $A=\begin{bmatrix}-4 & -3 & -3\\ 1 & 0 & 1\\ 4 & 4 & 3\end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો કે $adj(A)=A$ **04**

2 શ્રેણિક ની મદદથી ઉકેલો. $2x-y=4$ અને $3x+y=1$ **03**

બ સૂચના મુજબ કરો

1 સાબિત કરો કે બે સદિશો $\bar{i}+2\bar{j}$ અને $\bar{i}+\bar{j}+3\bar{k}$ વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1}\sqrt{\frac{46}{55}}$ છે. **04**

2 એક પદાર્થકણ પર અચળ બળો $3\bar{i}+2\bar{k}-\bar{j}$ અને $\bar{i}+3\bar{j}-\bar{k}$ લાગવાથી તેનું સ્થાનાંતર બિંદુ $2\bar{i}+3\bar{j}+\bar{k}$ થી $5\bar{i}+2\bar{j}+3\bar{k}$ સુધી થાય છે. તો થયેલ કાર્ય શોધો. **03**

પ્રશ્ન. ૪ અ સૂચના મુજબ કરો

1 સાબિત કરો : $\frac{\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)}{\cos(\theta-\pi)}+\frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}{\cot(\pi-\theta)}+\frac{\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\sec(\pi+\theta)}=-1$ **04**

2 સાબિત કરો : $\tan^2\theta-\sin^2\theta=\tan^2\theta\sin^2\theta$ **03**

બ સૂચના મુજબ કરો

1 સાબિત કરો : $\tan(55^\circ)=\frac{\cos(10^\circ)+\sin(10^\circ)}{\cos(10^\circ)-\sin(10^\circ)}$ **04**

2 સાબિત કરો : $\frac{1+\sin\theta-\cos\theta}{1+\sin\theta+\cos\theta}=\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$ **03**

અથવા

પ્રશ્ન. ૪ અ સૂચના મુજબ કરો

1 કિંમત શોધો: $\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{3\pi}{4}+\sin^2\frac{5\pi}{4}+\sin^2\frac{7\pi}{4}$ **04**

2 સાબિત કરો : $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{\pi}{4}$ **03**

બ સૂચના મુજબ કરો

1 સાબિત કરો : $\cos(20^\circ)+\cos(60^\circ)+\cos(100^\circ)+\cos(140^\circ)=\frac{1}{2}$ **04**

2 સાબિત કરો : $4\sin 2A\sin(60+2A)\sin(60-2A)=\sin 6A$ **03**

પ્રશ્ન. ૫ **અ** સૂચના મુજબ કરો

1 $y = \cos x \;\; 0 \le x \le \pi$ નો આલેખ દોરો **04**

2 લઘુકોણ ΔABC માટે સાબિતકરો કે $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ **03**

બ સૂચના મુજબ કરો

1 ΔABC માટે $a = 4, b = 5, c = 6$ હોય તો $\Delta, R \, and \, r$ શોધો. **04**

2 સાબિત કરો : $8 \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = 1$ **03**

અથવા

પ્રશ્ન. ૫ **અ** સૂચના મુજબ કરો

1 $y = \sin x \;\; 0 \le x \le \pi$ નો આલેખ દોરો **04**

2 પ્રચલિત સંકેત નો ઉપયોગ કરી સાબિત કરો કે $\Delta = r \cdot s$ **03**

બ સૂચના મુજબ કરો

1 જો ΔABC માં $A = 30^\circ, b = \sqrt{3} \; and \; c = 2$ હોય તો ΔABC ઉકેલો **04**

2 ΔABC માટે $a = 7, b = 4\sqrt{3}, c = \sqrt{13}$ હોય તો ΔABC નો સૌથી નાનો ખૂણો શોધો. **03**

****