

**GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY**

Diploma Engineering - SEMESTER-I&amp;II • EXAMINATION – WINTER • 2014

Subject Code: 320001

Date: 18-12-2014

Subject Name: Mathematic - II

Time: 10:30 am - 01:00 pm

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt any five questions.
2. Make suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Each question carry equal marks (14 marks).

- Q.1** Do as Directed (Each question has equal marks): 14
- (1) Prove that points (0,0), (1,0), (2,0) are collinear
  - (2) Prove that lines  $3x + y - 2 = 0$  and  $6x + 2y + 5 = 0$  are parallel.
  - (3) Find the equation of circle with centre (0,0) and radius 5
  - (4) If  $f(x) = x^2$  then Prove that  $f(x) - f(-x) = 0$
  - (5) If  $y = \log(x^2 + 3)$  then find  $dy/dx$
  - (6) If  $y = x^3 + \sin x - 3$  then find  $dy/dx$
  - (7) Evaluate  $\int (\cos x - 2 \tan x) dx$
- Q.2** (a) Fill in the blanks 07
- (1) If A (3,1) and B (2,1) then  $AB =$  \_\_\_\_\_
  - (2) Y intercept of  $2x + y - 5 = 0$  is \_\_\_\_\_
  - (3) Radius of the circle  $x^2 + y^2 = 25$  is \_\_\_\_\_
  - (4)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h} =$  \_\_\_\_\_
  - (5)  $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) =$  \_\_\_\_\_
  - (6)  $\int \frac{1}{x} dx =$  \_\_\_\_\_
  - (7)  $\int e^{2x} dx =$  \_\_\_\_\_
- (b) (1) In  $\Delta ABC$  if A(-1,3), B(-1,x), C(4,3) and  $m\angle A = 90^\circ$  then find x. 04
- (2) Evaluate  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2x}{3}\right)^{\frac{5}{x}}$  03
- OR
- (b) (1) If A(3,4) and B(-3,-4) then find the equation of locus of a point P(x,y) such that  $PA^2 + PB^2 = 100$ . 04
- (2) Evaluate  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 7n - 11}{5n^2 - 2n + 3}$  03
- Q.3** (a) (1) If A(2,3), B(4,7) and C(5,-2) are the vertices of the  $\Delta ABC$  Find the equation of median through vertex A. 04
- (2) Find the derivative of  $\sqrt{x}$  using first principle of differentiation. 03
- (b) (1) Obtain the equation of tangent and normal to the circle 04

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 13 = 0 \text{ at point } (1, 2).$$

(2) Evaluate  $\int (\tan x + \sec^2 x)e^x dx$

03

OR

- Q.3** (a) (1) Find the equation of a line which is perpendicular to the line  $4x - 5y + 6 = 0$  and passing through midpoint of a line joining the points  $(3, 7)$  and  $(-1, 5)$ . 04

- (2) Find the derivative of  $x^2$  using first principle of differentiation. 03

- (b) (1) Find the radius and center of the circle  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 5 = 0$  04

(2) Evaluate  $\int \frac{x^3 - 5x + 4}{x} dx$  03

- Q.4** (a) (1) If  $x = a \sin \theta$  and  $y = a(1 + \cos \theta)$  then find  $\frac{dy}{dx}$  04

(2) If  $x \sin y + y \sin x = 2$  then find  $\frac{dy}{dx}$  03

- (b) (1) The motion of particle is  $S = 2t^3 + 3t^2 - 12t + 6$ . Find the velocity and acceleration of particle at  $t=1$  04

(2) Find  $\frac{dy}{dx}$  for  $y = x^x$  03

OR

- Q.4** (a) (1) If  $y = \log(\sin x)$  then prove that  $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = 0$  04

(2) If  $y = \frac{\tan x}{x}$  then find  $\frac{dy}{dx}$  03

- (b) (1) Find the maxima and minima of  $2x^3 - 15x^2 + 36x + 10$  04

(2) Find  $\frac{dy}{dx}$  for  $y = \sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$  03

- Q.5** (a) (1) Evaluate  $\int x \sin x dx$  04

(2) Evaluate  $\int_0^1 \frac{x^2 - 1}{x - 1} dx$  03

- (b) (1) Find the area of circle  $x^2 + y^2 = a^2$  using method of integration. 04

(2) Evaluate  $\int \frac{3 + 2 \cos x}{\sin^2 x} dx$  03

OR

- Q.5** (a) (1) Evaluate  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$  04

(2) Evaluate  $\int e^{\sin x} \cos x dx$  03

- (b) (1) Find the volume of sphere of radius  $r$  using method of integration. 04

(2) Evaluate  $\int \frac{x}{x+1} dx$  03

\*\*\*\*\*

- પ્રશ્ન. ૧ અ સુચના મુજબ કરો. (દરેક પ્રશ્ન સમાન ગુણના છે.) 14
- (1) સાબિત કરોકે બિંદુઓ (0,0), (1,0), (2,0) સમરેખ છે.
  - (2) સાબિત કરોકે રેખાઓ  $3x + y - 2 = 0$  અને  $6x + 2y + 5 = 0$  સમાંતર છે.
  - (3) (0,0) કેન્દ્ર અને 5 ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળનું સમીકરણ શોધો.
  - (4) જો  $f(x) = x^2$  તો સાબિત કરોકે  $f(x) - f(-x) = 0$
  - (5) જો  $y = \log(x^2 + 3)$  તો  $dy/dx$  શોધો.
  - (6) જો  $y = x^3 + \sin x - 3$  તો  $dy/dx$  શોધો.
  - (7)  $\int (\cos x - 2 \tan x) dx$  શોધો..

- પ્રશ્ન. ૨ અ ખાલી જગ્યા પૂરો. 07
- (1) જો A (3,1) અને B (2,1) તો AB = \_\_\_\_\_
  - (2)  $2x + y - 5 = 0$  નો y અંતઃખંડ \_\_\_\_\_
  - (3) વર્તુળ  $x^2 + y^2 = 25$  ની ત્રિજ્યા \_\_\_\_\_
  - (4)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h} = \underline{\hspace{2cm}}$
  - (5)  $\frac{d}{dx} (\tan^{-1} x) = \underline{\hspace{2cm}}$
  - (6)  $\int \frac{1}{x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$
  - (7)  $\int e^{2x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

- બ (1)  $\Delta ABC$  માં જો A(-1,3), B(-1,x), C(4,3) અને  $m \angle A = 90^\circ$  તો x શોધો. 04
- (2) કિંમત શોધો  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2x}{3}\right)^{\frac{5}{x}}$  03

અથવા

- બ (1) જો A(3,4) અને B(-3,-4) તો બિંદુ P(x,y) નો બિંદુપથ શોધો જ્યાં  $PA^2 + PB^2 = 100$ . 04
- (2) કિંમત શોધો  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 7n - 11}{5n^2 - 2n + 3}$  03

- પ્રશ્ન. ૩ અ (1) A(2,3), B(4,7) અને C(5,-2)  $\Delta ABC$  ના શિરોબિંદુઓ છે. A માંથી પસાર થતી મધ્યગાનું સમીકરણ મેળવો. 04
- (2) વિકલનના પ્રથમ સિધ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી  $\sqrt{x}$  નું વિકલિત મેળવો. 03
- બ (1) વર્તુળ  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 13 = 0$  ના બિંદુ (1, 2) આગળ સ્પર્શક અને અભિલંબના સમીકરણ મેળવો. 04

- (2) મેળવો  $\int (\tan x + \sec^2 x)e^x dx$  03
- અથવા
- પ્રશ્ન. ૩ અ (1) સુરેખા  $4x - 5y + 6 = 0$  ને લંબ અને બિંદુઓ (3, 7) અને (-1, 5) ને જોડતી 04  
રેખાના મધ્યબિંદુમાંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ મેળવો.
- (2) વિકલનના પ્રથમ સિધ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી  $x^2$  નું વિકલિત મેળવો. 03
- બ (1) વર્તુળ  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 5 = 0$  નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો. 04
- (2) મેળવો  $\int \frac{x^3 - 5x + 4}{x} dx$  03
- પ્રશ્ન. ૪ અ (1) જો  $x = a \sin \theta$  અને  $y = a(1 + \cos \theta)$  તો  $\frac{dy}{dx}$  શોધો. 04
- (2) જો  $x \sin y + y \sin x = 2$  તો  $\frac{dy}{dx}$  શોધો. 03
- બ (1) એક બિંદુનો ગતિપથ  $S = 2t^3 + 3t^2 - 12t + 6$  છે. તો  $t=1$  આગળ બિંદુનો વેગ 04  
અને પ્રવેગ શોધો.
- (2)  $y = x^x$  માટે  $\frac{dy}{dx}$  મેળવો. 03
- અથવા
- પ્રશ્ન. ૪ અ (1) જો  $y = \log(\sin x)$  તો સાબિત કરોકે  $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = 0$  04
- (2) જો  $y = \frac{\tan x}{x}$  તો  $\frac{dy}{dx}$  શોધો. 03
- બ (1)  $2x^3 - 15x^2 + 36x + 10$  ની મહત્તમ અને ન્યુનતમ કિંમત મેળવો. 04
- (2)  $y = \sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$  માટે  $\frac{dy}{dx}$  શોધો. 03
- પ્રશ્ન. ૫ અ (1) મેળવો  $\int x \sin x dx$  04
- (2) મેળવો  $\int_0^1 \frac{x^2 - 1}{x - 1} dx$  03
- બ (1) સંકલનની મદદથી વર્તુળ  $x^2 + y^2 = a^2$  નું ક્ષેત્રફળ મેળવો. 04
- (2) મેળવો  $\int \frac{3 + 2 \cos x}{\sin^2 x} dx$  03
- અથવા
- પ્રશ્ન. ૫ અ (1) મેળવો  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$  04
- (2) મેળવો  $\int e^{\sin x} \cos x dx$  03
- બ (1) સંકલનની મદદથી  $r$  ત્રિજ્યાવાળા ગોલકનું ઘનફળ મેળવો. 04
- (2) મેળવો  $\int \frac{x}{x+1} dx$  03

\*\*\*\*\*