

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
Diploma Engineering - SEMESTER-II • EXAMINATION – WINTER • 2014
Subject Code: 3320003 **Date: 24-12-2014**
Subject Name: Advanced Mathematics (Group-2)
Time: 10:30 am - 01:00 pm **Total Marks: 70**

1. Attempt ALL questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)
5. English version is authentic.

- Q.1** Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. 14
- 1** The slope of line $2x + y - 8 = 0$ is
 (a) 2 (b) -2 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$
- 2** X intercepts of line $2x + 3y - 4 = 0$ is
 (a) 2 (b) -2 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$
- 3** The distance between the points $(1,1)$ and $(2,-1)$ is
 (a) 5 (b) 25 (c) $\sqrt{5}$ (d) 15
- 4** The centre of the circle $x^2 + y^2 = 25$ is
 (a) $(0,5)$ (b) $(0,0)$ (c) $(5,5)$ (d) $(5,0)$
- 5** If $f(x) = \log(e^x)$ then $f(0) =$
 (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) e
- 6** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} =$
 (a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) α
- 7** $\frac{d}{dx}(a^x) =$
 (a) a^x (b) $a^x \log_e a$ (c) $x^a \log_e a$ (d) $\log_e a$
- 8** $\frac{d}{dx}(\log \sin x) =$
 (a) $\sin x$ (b) $\cot x$ (c) $-\cot x$ (d) $\tan x$
- 9** $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x + \cot^{-1} x) =$
 (a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) $\frac{\pi}{2}$
- 10** $\int \frac{1}{1+x^2} dx =$ + c
 (a) $\sin^{-1} x$ (b) $\cos^{-1} x$ (c) $\tan^{-1} x$ (d) $\cot^{-1} x$
- 11** $\int (\sin^2 x + \cos^2 x) dx =$ + c
 (a) 1 (b) x (c) $\sin 2x$ (d) $\cos 2x$
- 12** $\frac{d}{dx}(x^2 + 2x + 7) =$
 (a) $2x+7$ (b) $2x+2$ (c) $2x^2+2$ (d) $2x^2+7$

13 If mean of 4,7,6,k,5,9 is 6 then k=.....

- (a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 9

14 If given data is 8,7,4,5,6,9,7,3,8, and 7 then Mode is

- (a) 5 (b) 7 (c) 8 (d) 9

Q.2 **(a)** Attempt any two

06

1. Prove that (4,8) (4,12) and (4+2 $\sqrt{3}$,10) are the vertices of an equilateral triangle
2. Find the equation of line passing through points (-1,2) and (1,-2) also find the slope of line
3. Find centre and radius of circle $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$

(b) Attempt any two

08

1. If $f(x) = \log\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ then prove that $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x)$
2. Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 8x^2 + 16}{x^3 - 3x^2 + 4}$
3. Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

Q.3 **(a)** Attempt any two

06

1. If $y = x^2 \tan x$ then Find $\frac{dy}{dx}$
2. If $y = \log(\sec x + \tan x)$ then Find $\frac{dy}{dx}$
3. If $y = x^x$ then Find $\frac{dy}{dx}$

(b) Attempt any two

08

1. If $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$ then find $\frac{dy}{dx}$
2. If $y = \log[x + \sqrt{1 + x^2}]$ then prove that $(1 + x^2) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} = 0$
3. The Motion of a particle is given by $s = t^3 + 2t^2 - 3t + 5$ find the velocity and acceleration at $t=1$ sec. and $t=2$ sec.

Q.4 **(a)** Attempt any two

06

1. Evaluate: $\int \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + 1} dx$
2. Evaluate: $\int \frac{2 + 3 \sin x}{\cos^2 x} dx$
3. Evaluate: $\int e^{\tan x} \sec^2 x dx$

(b) Attempt any two

08

1. Evaluate: $\int x e^x dx$
2. Evaluate: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx$
3. Using integration Find the area of circle $x^2 + y^2 = a^2$

Q.5 **(a)** Attempt any two

06

- Evaluate: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x(x+1)}{x^2 + 5x + 6}$
- Show that the points $(a, b+c), (b, c+a)$ and $(c, a+b)$ are collinear
- Show that the line $3x - 2y + 5 = 0$ and $2x + 3y - 7 = 0$ are mutually perpendicular

(b) Attempt any two

08

- Find the Median of the frequency distribution given in the following table

| Class | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| freq. | 2 | 3 | 8 | 14 | 8 | 3 | 2 |

- Calculate the mean deviation from the median
34,38,42,44,46,48,54,55,63,70.
- Calculate the standard deviation for the following data
69,67,68,66,69,64,63,65,72.

Q.1 યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો. **14**

- રેખા $2x + y - 8 = 0$ નો ફાળ શાય
(a) 2 (b) -2 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$
- રેખા $2x + 3y - 4 = 0$ નો X અક્ષ પર નો અંતઃખંડ છ
(a) 2 (b) -2 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$
- બિંદુઓ $(1,1)$ અને $(2,-1)$ વચ્ચેનું અંતર શાય
(a) 5 (b) 25 (c) $\sqrt{5}$ (d) 15
- વર્તુળ $x^2 + y^2 = 25$ નું કેન્દ્ર શાય
(a) $(0,5)$ (b) $(0,0)$ (c) $(5,5)$ (d) $(5,0)$
- જો $f(x) = \log(e^x)$ તો $f(0) = \dots$
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) e
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \dots$
(a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) α
- $\frac{d}{dx}(a^x) = \dots$
(a) a^x (b) $a^x \log_e a$ (c) $x^a \log_e a$ (d) $\log_e a$
- $\frac{d}{dx}(\log \sin x) = \dots$
(a) $\sin x$ (b) $\cot x$ (c) $-\cot x$ (d) $\tan x$
- $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x + \cot^{-1} x) = \dots$
(a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) $\frac{\pi}{2}$
- $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \dots + c$
(a) $\sin^{-1} x$ (b) $\cos^{-1} x$ (c) $\tan^{-1} x$ (d) $\cot^{-1} x$
- $\int (\sin^2 x + \cos^2 x) dx = \dots + c$

- (a) 1 (b) x (c) $\sin 2x$ (d) $\cos 2x$

12 $\frac{d}{dx}(x^2 + 2x + 7) = \dots$
 (a) $2x + 7$ (b) $2x + 2$ (c) $2x^2 + 2$ (d) $2x^2 + 7$

13 4,7,6,K,5,9 4 નો મધ્યક 6 હોય તો K=
 (a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 9

14 અવલોકનો 8,7,4,5,6,9,7,3,8,અને 7 નો બહુલક છે.
 (a) 5 (b) 7 (c) 8 (d) 9

Q.2 (a) કોઈ પણ બે ગણો. 06

- દર્શાવો કે (4,8) (4,12) અને (4+2 $\sqrt{3}$, 10) સમભૂજ ત્રિકોણ નાં શિરોબંદુ છે.
- બંદુઓ (-1,2) અને (1,-2) માંથી પસાર થતી રેખા નું સમીકરણ શોધો. અને રેખા નો ફાળ શોધો
- વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા મેળવો.

(b) કોઈ પણ બે ગણો 08

- જો $f(x) = \log\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ તો સાબિત કરો કે $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x)$
- કિંમત શોધો : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 8x^2 + 16}{x^3 - 3x^2 + 4}$
- કિંમત શોધો : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

Q.3 (a) કોઈ પણ બે ગણો 06

- જો $y = x^2 \tan x$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.
- જો $y = \log(\sec x + \tan x)$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.
- જો $y = x^x$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(b) કોઈ પણ બે ગણો 08

- જો $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.
- જો $y = \log[x + \sqrt{1 + x^2}]$ હોય તો સાબિત કરોકે $(1 + x^2) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} = 0$
- એક કણાની ગતિ નું સમીકરણ $s = t^3 + 2t^2 - 3t + 5$ હોય તો $t=1$ અને $t=2$ sec. આગળ તેનો વેગ તથા પ્રવેગ શોધો.

Q.4 (a) કોઈ પણ બે ગણો 06

- કિંમત શોધો : $\int \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + 1} dx$
- કિંમત શોધો : $\int \frac{2 + 3 \sin x}{\cos^2 x} dx$
- કિંમત શોધો : $\int e^{\tan x} \sec^2 x dx$

(b) કોઈ પણ બે ગણો

1. $\int xe^x dx$ મેળવો.

2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx$ મેળવો.

3. સંકલનની મદદથી વર્તુળ $x^2 + y^2 = a^2$ નું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

Q.5 (a) કોઈ પણ બે ગણો

1. કિંમત શોધો : $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{x(x+1)}{x^2 + 5x + 6}$

2. સબિત કરોકે બિંદુઓ $(a, b+c), (b, c+a)$ અને $(c, a+b)$ સમરેખ છે.

3. બતાવો કે રેખાઓ $3x - 2y + 5 = 0$ અને $2x + 3y - 7 = 0$ પરસ્પર લંબછે.

(b) કોઈ પણ બે ગણો

1. નીચેના આવૃત્તિ વિતરણ નો મધ્યસ્થ શોધો.

| | | | | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| વર્ગ | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
| આવૃત્તિ | 2 | 3 | 8 | 14 | 8 | 3 | 2 |

2. નીચે આપેલી માહિતી પરથી મધ્યસ્થ થી સરેરાશ વિચલન શોધો.

34, 38, 42, 44, 46, 48, 54, 55, 63, 70.

3. નીચેની માહિતી માટે પ્રમાણિત વિચલન ગણો.

69, 67, 68, 66, 69, 64, 63, 65, 72.
